NAT
5084

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

123

Exchange.

October 2, 1905 – May 25, 1907.

123

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1904.

Nr. 1565-1590.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1905.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Bibliographie der schweizerischen Landeskunde.

Unter Mitwirkung der hohen Bundesbehörden, eidgen. und kant. Amtsstellen und zahlreicher Gelehrter

herausgegeben von der

Centralkommission für schweizerische Landeskunde.

In deutscher und französischer Ausgabe.

Bis jetzt erschienen :

Fascikel I a: *Bibliographische Vorarbeiten der landeskundlichen Litteratur und Kataloge der Bibliotheken der Schweiz.* Zusammengestellt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1894. 69 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel I b, enthaltend: *Bibliographie der Gesellschaftsschriften, Zeitungen und Kalender der Schweiz*, von Prof. J. L. Brandstetter in Luzern. 380 Seiten. Preis Fr. 3.—

Fascikel II a: *Landesvermessung und Karten der Schweiz, ihrer Landstriche und Kantone.* Herausgegeben vom eidgen. topographischen Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1892. 193 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II b: *Karten kleinerer Gebiete der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf, Bern 1892. 164 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II c: *Stadt- und Ortschaftspläne, Reliefs und Panoramen der Schweiz.* Herausgegeben vom eidg. topograph. Bureau. Redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. Bern 1893. 173 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel II d, enthaltend: *Generalregister, Ergänzungen und Nachträge zu den Fascikeln II a—c* (Landesvermessung, Kataloge der Kartensammlungen, Karten, Reliefs und Panoramen). Im Auftrage des eidgen. topograph. Bureaus redigirt von Prof. Dr. J. H. Graf. 220 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel III: *Landes- und Reisebeschreibungen.* Ein Beitrag zur Bibliographie der schweizer. Reiselitteratur, 1479—1890. Zusammengestellt von A. Wäber, Bern. 462 Seiten 8°. Preis Fr. 4.—

Fascikel IV 3: *Balneologie und Climatotherapie.* Versuch einer schweiz. Bibliographie der Litteratur auf den Gebieten des Badewesens, der Heilquellen, der climaterischen Kurorte u. s. w. Von B. Reber in Genf. 130 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Die Fauna der italienischen Schweiz.* Redigirt von Prof. Dr. A. Lenticchia. Como 1894. 19 Seiten 8°. Preis 50 Cts.

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica*: Heft 2: Seenfauna. Zusammengestellt von Prof. D. F. Zschokke. Bern 1897. 30 Seiten. 60 Cts.

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 3: Säugethiere. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 119 Seiten. Fr. 2.—

Fascikel IV 6: *Fauna helvetica.* Heft 4: Vögel. Zusammengestellt von Prof. Dr. Theophil Studer. Bern 1895. 57 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5: Reptilien und Amphibien. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer. 39 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 50: Fische. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 99 Seiten. Preis Fr. 1.50

(Fortsetzung auf Seite 3 des Umschlags.)

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1904.

Nr. 1565-1590.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1904

Jahresbericht

über die

Tätigkeit der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

im Vereinsjahr 1903/1904.

Hochgeehrte Herren!

Das Vereinsjahr, über welches wir zu berichten haben, dauerte vom 24. Mai 1903 bis 7. Mai 1904. Es wurden in demselben 13 Sitzungen abgehalten, welche durchschnittlich von 34 Mitgliedern besucht worden sind. Es beteiligten sich dabei folgende Herren durch Vorträge oder kleinere Mitteilungen und Vorweisungen: Baltzer (2), Böhme (1), Brückner (2), Einstein (1), Ed. Fischer (2), Erich Fischer (1), Graf (2), Gruner (1), Heffter (1), Rud. Huber (2), Keller-Solothurn (1), Kissling (1), Kraemer (1), Rubeli (1), Steck (1), Bernhard Studer (1), Theophil Studer (2), Tieche (1), Volz (2). Von diesen Mitteilungen entfallen auf Zoologie (Praehist. Forschung) (9), Geologie und Gletscherkunde (6), Physik (4), Botanik (3), histor. Biographie (3), physiolog. Chemie (1). Eine der erwähnten 13 Sitzungen wurde als auswärtige am 24. Mai 1903 in Solothurn abgehalten. Wir folgten hiebei einer freundlichen Einladung unserer befreundeten Naturforschenden Gesellschaft in Solothurn. Im Grossratssaale wurde unter stattlicher Beteiligung des Publikums und der beidseitigen Mitglieder eine Sitzung abgehalten, an welcher Prof. Dr. Graf über «Steiner in Berlin», Hr. Schuldirektor Keller in Solothurn über die «Tätigkeit Werner Munzingers bei der Auffindung E. Vogels» und Hr. Prof. Dr. Studer über «Den Ursprung des Bernhardiners» sprachen. Daran schloss sich ein belebtes Bankett im Hôtel Krone und ein Ausflug in die Eremitage. Ein weiterer besonders feierlicher Anlass war die 1000. Sitzung vom 7. Mai 1904, eingeleitet durch ein einfaches Nachtessen im Hôtel Storchen, an welcher 32 Mitglieder und Gäste teilnahmen. Mit derselben war eine besondere Ehrung für unser hochverdientes Mitglied Herrn Apotheker B. Studer senior verbunden, der von 1844 an der Gesellschaft angehört und derselben treffliche Dienste geleistet hat. Nachdem vom Vorsitzenden ein kurzer Ueberblick über die Geschichte der 118 Jahre alten Gesellschaft gegeben worden war, überreichte er im Namen der Gesellschaft dem Senior, Herrn Apotheker Studer, Vater, eine Adresse mit nachfolgendem Inhalt:

Bern im Mai 1904.

Die bernische Naturforschende Gesellschaft

an

Herrn **Bernhard Studer** senior, ihr Mitglied seit 1844.

Hochgeehrter Herr!

Bei dem feierlichen Anlass der tausendsten Sitzung unserer Gesellschaft erinnert sich dieselbe daran, dass Sie im Jahre 1844 unter dem Präsidium des längst heimgegangenen Herrn Shuttleworth in unsere Gesellschaft eingetreten sind. Während dieser 60jährigen Mitgliedschaft haben Sie regen Anteil an dem wissenschaftlichen Leben unserer Gesellschaft genommen und derselben als Kassier im Vorstand die wertvollsten Dienste geleistet und freuen wir uns, mit welcher Anhänglichkeit und Treue Sie noch heute unseren Sitzungen beiwohnen. Sie haben, hochverehrter Herr, damit die altbewährte Haltung Ihrer Familie gegen unsere Gesellschaft bewahrt und deren für uns so verdienstliche Tradition fortgesetzt.

Wir ergreifen den Anlass, Ihnen bei diesem Ehrentage im Namen der bernischen Naturforschenden Gesellschaft herzlich zu gratulieren, und verbinden damit den Wunsch, Sie mögen noch recht lange als ein Muster unverbrüchlicher Treue Ihre so wohlwollenden Gesinnungen unserer Gesellschaft bekunden und den andern Mitgliedern ein erhebendes Vorbild sein können.

Mit den besten Wünschen und dem Ausdruck des herzlichsten Dankes

Namens der bernischen Naturforschenden Gesellschaft:

Der Präsident: sig. Prof. Dr. **J. H. Graf**

Der Sekretär: sig. Dr. **Rud. Huber.**

Der Jubilar, der in seltener Geistesfrische unter uns weilte, verdankte die Aufmerksamkeit und brachte Erinnerungen aus dem früheren Leben der Gesellschaft und sein Hoch dem Blühen und Gedeihen derselben aus. Der gemütliche Teil gestaltete sich durch die freundliche Mitwirkung der Herren Prof. Dr. Heffter, Prof. Dr. Gauchat und Dr. Rud. Huber zu einem sehr genussreichen. — Von den Herren Dr. Kissling und Hofrat Brunner von Wattenwyl liefen Glückwünsche ein. Endlich ist noch mitzuteilen, dass die Frage des Lesezirkels nicht erledigt werden konnte, jedoch wurde eine Statutenrevision hauptsächlich mit Rücksicht auf die §§, welche die Bibliothek betrafen, durchgeführt. An den internationalen Zoologenkongress wurde ein Beitrag von Fr. 100 gesprochen. Die Zahl der ordentlichen Mitglieder betrug zu Anfang des Jahres: 145.

Für das neue Vereinsjahr sind gewählt worden: Zum Präsidenten Herr Prof. Dr. A. Heffter, zum Vizepräsidenten Herr Prof. Dr. E. Fischer. Leider gab der bisherige Sekretär Herr Dr. R. Huber wegen Arbeitsüberhäufung seine Demission, welche ihm unter bester Verdankung seiner vielfach geleisteten Dienste erteilt wurde; an seine Stelle wurde als Sekretär gewählt Herr Dr. H. Rothenbühler, Gymnasiallehrer.

Der abtretende Präsident:
Prof. Dr. **J. H. Graf.**

Sitzungs-Berichte.

994. Sitzung vom 23. Januar 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 26 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **Ed. Fischer** spricht **„Ueber den Wirtwechsel bei den parasitischen Pilzen."**

Ein solcher ist zur Zeit bekannt bei den Ascomyceten und Uredineen. Bei erstern ist er nur für eine Art *Sclerotinia heteroica* bekannt, deren Wirte zwei nahe verwandte Pflanzen sind, nämlich *Ledum palustre* und *Vaccinium uliginosum*. Ein Wirtwechsel kommt höchst wahrscheinlich auch der *Sclerotinia Rhododendri* zu. Bei den Uredineen kennt man gegenwärtig ungefähr 150 wirtwechselnde (heteroecische) Arten; dieselben zeigen folgende Eigentümlichkeiten: 1. Soweit die Erfahrung reicht, ist ihr Wirtwechsel streng obligat, denn es gelang niemals eine dieser Arten dazu zu bringen, ihren ganzen Entwicklungsgang auf nur einer ihrer zwei Nährpflanzen zu vollziehen. 2. Die beiden Wirte, auf denen sich die Entwicklung vollzieht, sind immer Pflanzen, welche im System weit voneinander entfernten Familien angehören. 3. Jede Generation der wirtwechselnden Rostpilze ist in der Wahl ihrer Nährpflanzen auf eine oder auf wenige nahe verwandte Arten beschränkt; eine Ausnahme hievon bildet *Cronartium asclepiadeum*, dessen Teleutosporengeneration auf *Vincetoxicum*, *Paeonia* und auf der *Scrophulariacee Nemesia* leben kann. 4. Die heteroecischen Uredineen bilden nach ihren morphologischen Charakteren nicht eine Gruppe für sich, sondern sie haben ihre nächsten Verwandten sehr oft unter den nicht wirtwechselnden Arten; daraus geht hervor, dass man sich phylogenetisch die Heteroecie in verschiedenen Artgruppen und Gattungen unabhängig entstanden denken muss.

Schliesslich erläutert der Vortragende am Beispiel der Umbelliferenbewohnenden Puccinien, deren heteroecische Vertreter auch auf *Polygonum* übergehen, die verschiedenen Hypothesen, welche über die Entstehung des Wirtwechsels aufgestellt worden sind. Vortragender selbst denkt diesen Hergang so: Die hypothetische Stammform dieser Gruppe vermochte unterschiedslos sowohl auf Polygonaceen wie auf Umbelliferen ihre ganze Entwicklung zu durchlaufen und konnte beliebig von Vertretern der einen Familie auf solche der andern übergehen. Bei den Descendenten erfolgte dann eine Weiterent-

wicklung nach zwei Richtungen: bei den einen blieben zwei Nährpflanzen im Spiel, dabei gewöhnt sich das eine Entwicklungsglied des Parasiten (die Aecidiengeneration) ausschliesslich an die Umbelliferen, das andere (die Teleutosporengeneration) ausschliesslich an *Polygonum*: so entstanden die heteroecischen Arten; bei andern Descendenten dagegen gewöhnt sich der Parasit für seinen ganzen Entwicklungsverlauf ausschliesslich an die Umbelliferen: so entstanden die nicht wirtwechselnden Vertreter der Gruppe.

995. Sitzung vom 6. Februar 1904.

Abends 8 Uhr im Café Merz.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 30 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **W. Volz** spricht über **„Tiergeographisches und Biologisches aus Sumatra."**

Der Vortragende berichtet über den Inhalt zweier von ihm publizierter Arbeiten: «Ueber die Verbreitung von *Siamanga syndactylus* Desmar. und *Hylebates agilis* Geoffr. u. Cuv. in der Residentschaft Palembang (Sumatra)». Zoolog. Jahrbücher, Abt. f. Syst. Geogr. u. Biol. d. Tiere, Bd. 19, 1903, p. 662—672 und «Zur Kenntnis der Suiden Sumatras», ibid. Bd. 20, 1904, p. 509—540.

Was die erstern dieser beiden Aufsätze anbelangt, so zeigte der Vortragende, dass in dem Tieflande von Palembang die zwei dort vorkommenden Gibbons durch Flüsse, z. B. den Musi, Rawas und Lematang, voneinander getrennt sind. Aehnliche Verhältnisse, die dieselbe Affenfamilie betreffen, sind schon von Borneo und Hinterindien gemeldet worden. Die zweite Abhandlung beschäftigt sich mit der über einen Teil der grossen Sundainseln verbreiteten Schweineart *Sus rittatus*, über deren Lebensweise einige Angaben gemacht werden, um dann überzugehen zu *Sus barbatus*, einem seit kurzer Zeit von Sumatra bekannten Schweine, das bisher nur von Borneo gemeldet wurde. Das Interessanteste bei diesem Tier ist wohl dessen Eigenschaft, bei Eintritt der Regenzeit vom Meeresstrande, wo es sich für gewöhnlich aufhält, ins Innere des Landes zu wandern, wobei die grössten Flüsse überschwommen werden.

2. Hr. **R. Böhme** spricht **„Ueber den Luftatmungsapparat eines sumatranischen Welses."**

Der zu den Teleostiern und zwar zu den Siluroiden gehörige Fisch Clarias melanoderma besitzt am Epibranchiale des zweiten und vierten Kiemenbogens ein accessorisches Branchialorgan, das in Farbe und Gestalt einem kleinen Korallenbäumchen gleicht. Dieses Branchialorgan liegt in einer Höhle hinter der Kiemenhöhle. Diese accessorische Branchialhöhle wird von einer Kapsel umhüllt, die aus einer Modifikation eines Teiles der Kiemenblätter hervorgegangen ist. Die mikroskopische Untersuchung der korallenähnlichen Bäumchen ergibt die Anwesenheit von Faserknorpel als Stützsubstanz im Inneren der Bäumchen und einer aufgelagerten, äusserst zahlreich mit Kapillargefässen ausgestatteten Schleimhaut. Zwischen Schleimhaut und Stützsubstanz ziehen zahlreiche, grössere Gefässe. Die hintere Wand der accessorischen Branchialhöhle ist an eine zwerchfellartige

Platte geheftet, die vom hinteren Rand der Clavicula nach der Wirbelsäule zieht und so die ganze Leibeshöhle dieses Fisches in zwei Höhlen teilt. In der vorderen Höhle liegen die Respirations- und Zirkulationsorgane, während die übrigen Eingeweide in der hinteren Höhle gelegen sind. Dieser Umstand lässt den Ausdruck «zwerchfellartige Platte» wohl begründet erscheinen. Die ganze Kapsel liegt auf der Clavicula auf und ist mit ihr locker bindegewebig verbunden. An die seitlichen Portionen und zwar an die der hinteren Höhle zugewandten Fläche befestigen sich in ziemlicher Ausdehnung die ventralen Portionen des musculus lateralis. Die zwerchfellartige Platte selbst ist mit Muskelfasern durchzogen. Von der inneren Fläche der Clavicula ziehen sich jederseits zwischen Kapsel der accessorischen Branchialhöhle und Clavicula sich hindurchdrängend zwei Muskeln nach den vereinigten Copulae des vierten bezw. fünften Kiemenbogens.

Was nun die physiologische Funktion dieser accessorischen Kiemenapparate anbetrifft, so kommen 3 Punkte in Betracht.

Erstens kann der Fisch im Stande sein, Wasser in diese Höhle aufzunehmen, das er bei eintretender Trockenheit dazu benützen könnte, seine Kiemen feucht zu halten, indem er es tropfenweise auf diese abgibt. Bei solchermassen feucht gehaltenen Kiemen könnte der Fisch auch im Trockenen leben. Dagegen spricht jedoch das Fehlen jeglicher Apparate, die ein solches tropfenweises Abgeben von Wasser gestatten würde. Ausserdem dürfte diese geringe Menge Wasser nicht ausreichen, um den Fisch auch nur kurze Zeit im Trockenen leben zu lassen.

Zweitens kann der Fisch im Stande sein, gutes, respirables Wasser in diese Höhle aufzunehmen, um daraus den für die Atmung nötigen Sauerstoff zu schöpfen. Dagegen spricht die geringe Menge Wasser, die in den Höhlen Platz finden würde.

Drittens kann der Fisch im Stande sein, mit seinem Organe Luft zu atmen. Dieser letzte Punkt hat die meiste Wahrscheinlichkeit für sich. Wo man nämlich bisher genaue Untersuchungen mit Fischen angestellt hat, die mit accessorischen Branchialapparaten ausgerüstet sind, hat die Untersuchung stets gezeigt, dass diese Organe der Luftatmung dienen. Ich nenne, um einige Forscher anzuführen, Zograff, Day, Sagemehl. Nach dem histologischen Bau und der Analogie mit anderen accessorischen Branchialorganen ist also auch für Clarias anzunehmen, dass er mit seinem accessorischen Branchialapparat Luft atmet. Ich glaube sogar, dass die Luftatmung bei Clarias und auch den andern Fischen mit solchen Apparaten das normale Atmen darstellt und dass die Kiemenatmung ganz in den Hintergrund tritt. Die meisten dieser Fische sind nämlich Schlammbewohner, leben also in einem Medium, das sehr arm an Sauerstoff ist und so eine Kiemenatmung a priori recht zweifelhaft macht.

Zum Schluss wären noch einige Bemerkungen über den Mechanismus der Atmung bei Clarias am Platze.

Sobald die ventrale Portion des musculus lateralis sich kontrahiert, wird sie die zwerchfellartige Platte nach hinten ziehen. Unterstützt wird diese Bewegung durch Kontraktion der in der Platte selbst gelegenen Muskelfasern. Da die Platte mit der hinteren Wand der

accessorischen Höhle verbunden ist, wird diese hintere Wand kaudalwärts gezogen werden. Den Antagonisten für diesen Muskel gibt der oben erwähnte paarige Muskel ab, der von der Innenfläche der Clavicula nach den vereinigten Copulae zieht. Ich denke mir dabei den Mechanismus der Atmung bei Clarias folgendermassen: Sobald der Fisch Bedürfnis zur Atmung empfindet, steigt er an die Oberfläche des Wassers und erhebt die Oeffnung des Maules ein wenig über das Wasser. Sobald nun eine Kontraktion des ventralen musculus lateralis eintritt, entsteht durch das Zurückziehen der accessorischen Branchialhöhle ein luftverdünnter Raum in dieser Höhle bezw. in der Maulhöhle, so dass Luft in die Höhle strömen kann, sobald der Fisch das Maul ein wenig öffnet. Durch das Einströmen von Luft in die accessorische Branchialhöhle ist dem Fisch Gelegenheit gegeben, den Sauerstoff dieser Luft für seine Atmung zu verwenden und zwar mit Hilfe der Kapillargefässe, die in den korallenähnlichen Bäumchen liegen. Durch Kontraktion der paarigen Muskeln, die von der Innenfläche der Clavicula nach den vereinigten Copulae ziehen, wird der gegenteilige Effekt ausgelöst, d. h. die gebrauchte Luft wird wieder ausgestossen.

996. Sitzung vom 20. Februar 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 24 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **H. Krämer** spricht über „**Eine kynologische Streitfrage**".

Nach verbreiteter Meinung sollen die Vorläufer der Bernhardiner in Europa seit den ältesten Zeiten eingeboren sein. Prof. Studer hat in Font. einer neolitischen Fundstätte, und beim Einfluss der Schüss in den Bielersee, in einer der Bronce angehörigen Schicht, Hundeschädel gefunden, die er als Stammformen der in Vindonissa gefundenen Hunderasse und der heutigen Sennenhunde betrachtet. Der Bernhardiner ist nach dieser Auffassung durch eine Kreuzung von Sennenhund und Doggen entstanden. Auch diese Doggen sind europäischen Ursprungs.

Diese Hypothese wird von Krämer mit dem Bemerken bestritten, dass in *Europa in praehistorischer Zeit* keine Doggen gefunden wurden und dass auch die von Studer entdeckten Schädel der vorgeschichtlichen Zeiten nicht hinreichende Aehnlichkeit mit dem Hundeschädel von Vindonissa und den Sennenhunden besitzen, um hier eine Abstammungsreihe annehmen zu können. Dagegen sei von andern Forschern schon auf die verblüffende Uebereinstimmung unserer Bernhardiner mit den Tibetanerdoggen hingewiesen worden. Krämer ergänzt nun die für diese Verwandtschaft vorhandenen Beweise mit neuem Material und nimmt an, dass in den ältesten Kulturzeiten schon eine Verbreitung der Tibetanerhunde über Indien, Vorderasien, Griechenland und Italien stattgefunden habe. Die Römer haben die Rasse nach dem Norden gebracht.

Die Methode der kranio-metrischen, der vergleichend-anatomischen Messungen findet der Referent zu einseitig. Er ergänzt deshalb seine Masstabellen mit Bildern und literarischen Quellen. Nach diesen letzteren lässt sich die Verbreitung der indischen Hunde

lückenlos bis in die Schweiz nachweisen. Wertvoll sind namentlich die griechischen aber auch römische Schriftsteller und Dichter.

An der gründlichen Diskussion nimmt namentlich Prof. Studer teil, der seine Ansicht von der autochthonen Entwicklung der Doggenrassen und demnach auch der Bernardiner aufrecht erhält.

997. Sitzung vom 5. März 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Herr A. Heffter. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Herr **Ed. Brückner** spricht über „**Struktur der Gletscher**“ und demonstriert eine Anzahl Glescherphotographien.
2. Hr. **P. Gruner** projiziert **astronomische Bilder**, insbesondere Sonnen-, Planeten-, Fixstern- und Mondphotographien.

998. Sitzung vom 19. März 1904.

Abends 8 Uhr im mathematischen Seminar der Universität.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **A. Heffter** spricht über „**Reduktionserscheinungen im Tierkörper**“.

999. Sitzung vom 30. April 1904.

Abends 8 Uhr im geographischen Institut der Universität.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 60 Mitglieder und Gäste.

1. Die vom Kassier Hrn. **Bernh. Studer** abgelegte **Jahresrechnung** wird genehmigt und bestens verdankt.
2. Für das Vereinsjahr werden in den Vorstand gewählt:

   Herr Prof. Dr. A. Heffter zum Präsidenten,
   » Prof. Dr. Ed. Fischer zum Vizepräsidenten,
   » Dr. H. Rothenbühler zum Sekretär.

3. Die wegen des Uebergangs der Bibliothek der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft an die Stadtbibliothek Bern notwendig gewordene **Statutenrevision** wird nach dem Antrag des Vorstandes beschlossen.
4. Hr. **Ed. Brückner** spricht über „**Gletschererosion und Seebildung**“. (Mit Projektionen.)

1000. Sitzung vom 7. Mai 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. J. H. Graf. Anwesend: 32 Mitglieder und Gäste.

Festliche Feier der **1000. Sitzung**, zugleich Feier der **60jährigen Mitgliedschaft von Herrn Apotheker Bernhard Studer senior**.

1001. (Auswärtige) Sitzung vom 12. Juni 1904.

Morgens 9½ Uhr im physikalischen Institut in Freiburg

gemeinschaftlich mit der Freiburgischen Naturforschenden Gesellschaft.

1. Hr. **Guillebeau** spricht über die „**Bakterienflora der gesunden Milch**“.
2. Hr. **de Kowalsky** spricht „**Ueber die Salpeterfrage**“.

Nach der Sitzung Besichtigung der neuen, trefflich eingerichteten Universitätsinstitute, belebtes Bankett im Restaurant des Charmettes, gemeinsamer Spaziergang in die Unterstadt und freundliches Zusammensein mit der Schwestergesellschaft.

1002. Sitzung vom 22. Oktober 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 27 Mitglieder.

1. Hr. **Kronecker** spricht über „**Das Institut Marey zu Paris und sein Begründer**“.
2. Hr. **Th. Studer** spricht über „**Die Verbreitung des Rhinozeros im Diluvium der Schweiz**“.

Gegenüber zahlreichen Funden von Elephas primigenius waren bis jetzt Reste von *Rhinoceros tichorhinus* in den jüngeren Glacialablagerungen der Schweiz spärlich vertreten, nur die diluvialen Ablagerungen des Rheintales bei Basel zeigten ein häufigeres Vorkommen teils im Löss, teils im Niederterrassenschotter.

Hr. Dr. Stehlin, Custos am naturhistorischen Museum in Basel, war so freundlich, mir über die bei Basel gemachten Funde, die zum grossen Teil in der dortigen naturhistorischen Sammlung aufbewahrt werden, nähere Auskunft zu geben. Schon Merian erwähnt (Verh. der naturf. Gesellschaft in Basel, Bd. III, 1838) Zähne von Rhinoceros von Istein, ferner befindet sich das Fragment eines oberen Molaren von Rixheim in der Basler Sammlung. Von neueren Funden liegen vor

Stadt Basel, Niederterrasse:
- Atlas. Gasanstalt 1890.
- Ulna. Hägenheimerstrasse 1893.
- Oberer Molar. Nauenstrasse 1862.
- Oberer Molar. Wolfgottesacker 1870.
- Oberer Prämolar. Wolfgottesacker 1894.

Leopoldshöhe, Niederterrasse:
- Zwei Mol. inf. 1887 und 1889.

St. Jakob, Niederterrasse:
- Humerus sin. fragm. und M. inf. 1879.

Wichlen, Löss 1889:
- Tibia dextra, fragm. nebst Radius sin. fragm. und unvollständiger Carpus und Metacarpus sin. Reste eines offenbar in situ erhaltenen ganzen Skelettes.

Vöhlinshofen (Elsass), Löss:
- Humerusfragment 1887.

Prattelen, Niederterrasse:
- Rippe 1903.

Weiter östlich fanden sich wieder ein Unterkiefer Molar im Niederterrassenschotter bei Diessenhofen, der im Museum in Bern aufbewahrt wird.

Die Ausbeutung der Knochenreste in der Höhle von Thayngen, im Kanton Schaffhausen, lieferte neben Knochen des Mammuth auch solche von *Rhinoceros tichorhinus*. Inmitten von Zeugen der Kultur

der Renntierjäger fanden sich angebrannte und zerschlagene Knochen von Mammuth und Rhinoceros nebeneinander. Nahe einer Feuerstelle, auf welcher namentlich Splitter von Mammuthknochen zerstreut waren, lag ein Femur von Rhinoceros tichorhinus, zum Teil calciniert vom Einfluss des Herdfeuers. Zähne und Schädelstücke wurden schon bei der früheren Ausgrabung durch Rütimeyer dort nachgewiesen. Diese Funde beweisen, dass das Rhinoceros bei Thayngen noch in der typischen Renntierzeit im Norden der Schweiz vorkam und von den Renntierjägern erlegt wurde. Dafür, dass es auch am Ende der Glacialzeiten mit dem Mammuth in die innere Schweiz vordrang, mehren sich die Anzeichen. In den Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern von 1888 konnte ich über den Fund des Unterkiefers eines jungen Rhinoceros tichorhinus berichten, der im Februar 1885 in der Kiesgrube von Rapperswyl, Amt Aarberg, Kanton Bern, 30 Fuss unter der Oberfläche gefunden worden war. Es war die rechte Unterkieferhälfte eines jungen Tieres mit Milchmolaren und dem hervorbrechenden ersten Molaren; in derselben Grube fanden sich Fragmente eines Stosszahnes vom Mammuth, Zähne vom Diluvialpferd, Geweihstangen vom Renntier. Der Kies ist verschwemmter Gletscherschutt, wie er sich beim Rückzug der Gletscher in der letzten Eiszeit bildete. In analogem Terrain fand sich in diesem Jahre ein Oberkiefermolar von Rhinoceros 5 Meter tief im Kies begraben bei Wynau an der Aare, an der Grenze von Bern und Solothurn. Weiter südlich kam ein Oberkiefermolar auf dem Boden des Bahnhofs von Freiburg zum Vorschein. Endlich verdanke ich der Güte von Herrn Professor F. A. Forel in Morges die Mitteilung eines Unterkiefermolars aus dem Museum in Lausanne, der bei Bioley-Orjoulay im Jorat, zwischen Echallens und Cossonay gefunden wurde. Diese Stelle, ungefähr in der Mitte zwischen dem Westende des Neuenburgersees und Lausanne, etwas näher bei Lausanne gelegen, ist der südlichste mir bis jetzt bekannt gewordene Fundort von *Rhinoceros tichorhinus* in der Schweiz. Unter den Knochenresten der Renntierstationen vom Salève und von der Grotte du Scé bei Villeneuve, die auch noch mit palaeolithischen Werkzeugen vermengt sind, finden sich keine Knochen von Rhinoceros. Soweit das geologische Alter der Fundstücke konstatiert werden konnte, fallen sie in das Ende der Glacialzeit, sie finden sich im Verschwemmungsgebiet der letzten Moränen der sich zurückziehenden Gletscher. In Frankreich und Belgien verschwindet das Rhinoceros noch vor dem Mammuth, nach Mortillet schon in seiner Epoque Monstérienne.

In der Epoche von Solutré und der eigentlichen Renntierzeit, der Epoque magdaléenienne, ist es noch vor dem Mammuth verschwunden. Bei Vöklinshofen im Elsass findet es sich aber in Gesellschaft von Tieren der letzten Eiszeit, in Thayngen in der der jüngsten Renntierperiode, der typischen Epoque Magdaléenienne Mortillets. Sein Vorkommen in der inneren Schweiz im Rückzugsgebiet der letzten grossen Gletscher zeigt, dass es am Ende der Eiszeit nicht nur nach Norden und Nordosten, dem Tundrengebiet nach, das sich vor den sich zurückziehenden Gletschern ausbreitete, auswich, sondern auch nach Süden, den in die engeren Alpentäler einschrumpfenden Glet-

schern nach. Hier verengte und zersplitterte sich das Gebiet, in dem es seine Lebensbedingungen fand, immer mehr, die Tundravegetation, auf die es angewiesen war, zog sich immer mehr in die Höhen zurück, die es nicht mehr leicht erklimmen konnte, und so mag es noch vor dem Mammuth den ungünstigen Verhältnissen erlegen sein. Im allgemeinen dürfte aber aus dem Gesagten hervorgehen, dass die glaciale Fauna der Mittelschweiz, soweit sie die letzte Glacialzeit betrifft, jünger ist als die Mittel- und namentlich Westeuropas. Die Schweiz war das Rückzugsgebiet der glacialen Fauna.

1003. Sitzung vom 5. November 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 31 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **J. H. Graf** bringt **„Beiträge zur Biographie des Mathematikers Jakob Steiner von Utzenstorf.“**

2. Hr. **Ed. Fischer** weist sog. «**springende Bohnen**» vor, die von Herrn stud. med. Möller aus Mexiko mitgebracht und dem Vortragenden übergeben worden waren. Es sind das Teilfrüchte einer Euphorbiacee: *Sebastiania Pavoniana*, in denen die sehr bewegliche Larve von *Carpocapsa saltitans* lebt. Durch die Bewegungen dieser Larve werden die Früchtchen, welche auf einer Seite rundlich, auf der andern zweiflächig abgeplattet sind, in eine wackelnde oder hüpfende Bewegung versetzt, die dann auch zu einer ruckweisen Ortsbewegung führt. Diese Bewegungen werden besonders lebhaft, wenn die Früchte den Sonnenstrahlen oder einer sonstigen Erwärmung ausgesetzt sind. Näheres über diese Erscheinung, sowie über die Feststellung der Pflanze, findet man in einigen Mitteilungen von Buchenau in den Abhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins zu Bremen (Bd. III und XII). Aehnliche Erscheinungen zeigten auch die Früchte einer andern in Brasilien lebenden Euphorbiacee *Colliguaya brasiliensis* und derjenigen einer südeuropäischen *Tamariscen-Art*. Für letztere war die Erscheinung schon im 16. Jahrhundert bekannt, Matthias de Lobel erwähnt sie bereits. In Tabernaemontanis Kräuterbuch (Ausgabe von Baulein 1687 p. 1354) finden wir über Tamarix die Bemerkung: das andere Geschlecht wächst in Frankreich um Narbona, daher es auch seinen Namen hat, mit viel kleinen Blümlein, fast Traubenweiss, von Farbenleibfarb, sollen aber keinen harechten Samen bringen, sondern kleine Beerlein, welche sich bewegen, so man sie an die Sonne legt, von wegen eines kleinen Würmleins, so darinnen wachsen soll. Auch gewisse *Cynips-Gallen* auf Eichen sollen nach dem Abfallen hüpfende Bewegungen ausführen. (Näheres über Tamarix und die Gallen siehe bei Ascherson Abhandl. naturwiss. Vereins Bremen Bd. XII.)

3. Hr. **Ed. Fischer** spricht über **„Verbreitung und Wanderungen von Pilzen in der Schweiz.“**

Der Vortragende hat sich aus Anlass seiner monographischen Bearbeitung der schweizerichen Rostpilze für die «Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz» auch mit *der Verbreitung und Wanderung dieser Pilze in der Schweiz* beschäftigt. Er gibt eine kurze Ueber-

sicht über die in Frage kommenden Verhältnisse. In Bezug auf die Beziehungen der Uredineen zu Standortsbeschaffenheit und Klima bestätigen sich die Beobachtungen von Johannson (für den Norden) und von Magnus (für das Engadin) in dem Sinne, dass die Formen mit verkürztem Entwicklungsgang in der Alpenregion relativ zahlreicher sind als in der ganzen Schweiz. Verf. erörtert sodann die von F. v. Tavel zuerst ins Licht gestellten Beziehungen zwischen heteroecischen Uredineen und Pflanzenformationen; als Beispiel zitiert er Uredineen der sog. «Felsenheide» und des «Molinietum». — Die Uredineenflora der Schweiz lässt ferner, ebenso wie die phanerogamische Flora Bestandteile erkennen, die man als «nordisches Element» und als «meridionales Element» bezeichnen kann. Endlich wurden Veränderungen, die in neuerer Zeit in der Uredineenflora stattgefunden haben, erwähnt: so die Einwanderung von Puccinia Malvacearum (1875 zum erstenmal in der Schweiz gesehen) von Puccinia Chrysanthemi (1900 zum erstenmal in der Schweiz konstatiert) und die Besiedelung der Weymouthskiefer durch das ursprünglich in Europa auf der Arve lebende Cronartium ribicolum; allerdings sind bisher soweit dem Vortragenden bekannt, erkrankte Weymouthskiefern in der Schweiz nicht beobachtet, trotzdem der Pilz im Engadin auf der Arve vorkommt.

1004. Sitzung vom 19. November 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Fischer. Anwesend: 27 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **H. Balmer** spricht über „**Die Reproduktion im Dienste der Wissenschaft**“ und machte bei dieser Gelegenheit die erste öffentliche Mitteilung, es sei der Atlas der «Landtafeln der alten Eidgenossenschaft» von Thürst bis auf die Scheuchzerkarte (1496—1712) von ihm im Laufe der letzten Jahre in 40 Platten in Metallhochgravierung und mit einer grossen Zahl Nebenclichés zum Druck fertig gestellt, so dass die Ausgabe im Frühling dieses Jahres erfolgen kann.

1005. Sitzung vom 3. Dezember 1904.

Abends 8 Uhr im Physikzimmer des städt. Gymnasiums.

Vorsitzender: Hr. A. Heffter. Anwesend: 45 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. **E. König** hält einen „**Experimentalvortrag über elektro-akustische und optische Resonanzapparate, Frequenzmesser, Ferntourenmelder**“ etc.

Der Vortragende demonstrierte eine Anzahl von Frequenzmessern, welche von der Firma Hartmann und Braun, A.-G. in Frankfurt a./M. in entgegenkommender Weise für diesen Vortrag zur Verfügung gestellt worden waren. Die Instrumente enthalten eine Anzahl fertig abgestimmter, skalenartig angeordneter Stahlzungenfedern von unveränderlicher Tonhöhe. Unter den pulsierenden Kraftwirkungen eines lamellierten Magneten, der durch Wechselstrom oder intermittierenden Gleichstrom erregt werden kann, gerät nur diejenige Zunge

in Resonanzschwingungen, deren Eigenschwingungszahl mit der Frequenz des Erregerstroms übereinstimmt. Die Kurvenformen der zur Verwendung gelangenden Ströme wurden mit der Braunschen Kathodenstrahlenröhre gezeigt. Die Vorführung und Erläuterung obengenannter Apparate in verschiedener Ausführung, sowohl für die akustische wie die optische Wahrnehmung der Erscheinungen, bildeten das Haupttraktandum des Abends. Ausserdem noch demonstrierte der Vortragende die Wirkungsweise des Eisenvorschaltwiderstandes in den Nernstlampen, welcher bei Spannungsschwankungen die Rolle eines Regulators für konstante Stromstärke spielt; ferner wurde vorgewiesen die Konkurrentin der Nernstlampe, die Osmiumglühlampe von Auer, sowie ein Drehspulspiegelgalvanometer von Hartmann und Braun in Frankfurt mit zwei unabhängigen Wickelungen, dessen Leistungsfähigkeit durch eine Anzahl ausgewählter Versuche, namentlich theromelektrischer, gezeigt wurde; bei diesem Anlass wurde auch aufmerksam gemacht auf die bequeme Verwendung der neueren Formen der Nernstlampe (als Ersatz für die sonst gebräuchlichen Glühlampen mit geradem Kohlenfaden) für die objektive Ablesung von Spiegelinstrumenten.

1006. Sitzung vom 17. Dezember 1904.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Fischer. Anwesend: 27 Mitglieder.

1. Hr. **Thomann** spricht über **„Chemie und Bakteriologie im Dienste der Trinkwasserhygiene“.**

Mit den Fortschritten der allgemeinen Hygiene ist auch dem Trinkwasser vermehrte Aufmerksamkeit geschenkt worden, da man dasselbe als Verbreiter gewisser Infektionskrankheiten erkannt hat.

In verschiedener Weise und unter Zuhilfenahme verschiedener Wissenschaften hat man versucht, sich ein Urteil über den hygienischen Wert eines Wassers zu bilden. Ausgehend von einer blossen Sinnenprüfung, glaubte man zunächst in der **Chemie** das Mittel zum genannten Zweck gefunden zu haben. Die chemische Untersuchung erstreckt sich gewöhnlich auf Bestimmung

des Trockenrückstandes,
des Glührückstandes,
der Härte,
der organischen Substanz
von Chlor und Salpetersäure und

den Nachweis von freiem, sog. anorg. Ammoniak, albuminoidem Ammoniak, Schwefelsäure und salpetriger Säure.

Wenn auch noch heute die chemische Untersuchung des Trinkwassers — soweit sie hygienischen Zwecken dienen soll — in derselben Weise ausgeführt wird, so hat man auch andererseits auf ihr anhängende Mängel längst aufmerksam gemacht, von denen der grösste wohl der ist, dass wir durch die chemische Analyse nicht imstande sind, die Erreger der Infektionskrankheiten in einem Wasser nachzuweisen. Und doch wäre dieser direkte Nachweis das sicherste Kriterium für die Brauchbarkeit eines Wassers. Man hoffte nun in der sich immer mehr entwickelnden jüngsten Wissenschaft, der

Bakteriologie, das Mittel gefunden zu haben, ein allfälliges Vorkommen von gesundheitsschädlichen Bakterien im Wasser bequem nachweisen zu können. Zunächst gab die Bakteriologie die Möglichkeit, dass man sich über die Zahl der in einem Wasser vorkommenden Bakterien ein Bild machen konnte, und zwar geschah das durch die von Koch begründete Zählmethode durch Gelatineplatten, die im Prinzip noch heute angewendet wird und namentlich bei der Kontrolle von künstlichen Filtern unentbehrlich geworden ist. Wenn auch bekannt ist, dass sich auf der Nährgelatine nicht alle in einem Wasser wirklich vorhandenen Keime entwickeln, und wenn andererseits durch dieses Plattenverfahren allfällig vorhandene anaërobe Arten nicht zur Entwicklung gebracht werden können, so leistet die bakteriologisch-quantitative Untersuchung in der Hand eines geübten Bakteriologen und Hygienikers nicht zu verkennende Dienste.

Schwieriger und oft noch unmöglich ist der Nachweis von pathogenen Bakterien, speziell von Typhuskeimen im Wasser.

Die Bakteriologie hat hierin die von ihr erwarteten Leistungen noch nicht in befriedigender Weise erfüllt. In der Praxis muss man sich deshalb darauf beschränken, die Frage der Möglichkeit des Hineingelangens von pathogenen Keimen in das Wasser einer Quelle oder eines Brunnens zu beantworten. Dies werden wir aber nur dann erreichen, wenn wir neben wiederholten chemischen und bakteriologischen Untersuchungen, die unter Berücksichtigung der verschiedenen Witterungsverhältnisse und Jahreszeiten auszuführen sind, noch ein drittes Hülfsmittel, die sog. Lokalinspektion zu Rate ziehen. Wir verstehen hierunter die genaue Besichtigung der Herkunft, der Lage und Umgebung einer Quelle, einer Wasserader. Das ist der Standpunkt, den die Hygiene zur Zeit einnimmt bei der Beurteilung eines Trinkwassers. Ein Beweis, dass man noch nicht — wie vor allem Pettenhofer und seine Schüler — geneigt ist, zu glauben, dass Trinkwasser und Infektionskrankheiten (spez. Typhus und Cholera) nichts miteinander zu tun hätten. Auch der von Emmerich in München in ganz jüngster Zeit ausgesprochenen Flagellaten-Theorie stehen wir zur Zeit noch etwas skeptisch gegenüber, sie bedarf vor allem noch der Bestätigung und Erdauerung von Seite anderer Forscher.

Verzeichnis der Mitglieder

der

Bernischen naturforschenden Gesellschaft

(Am 31. Dezember 1904)

Vorstand.

Prof. Dr. *A. Heffter*, Präsident.
Prof. Dr. *Ed. Fischer*, Vize-Präsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Prof. Dr. *J. H. Graf*, Redakteur der Mitteilungen seit 1883.
Dr. *Th. Steck*, Bibliothekar und Geschäftsführer des Lesezirkels.
Dr. *H. Rothenbühler*, Sekretär.

Mitglieder.

		Eintrittsjahr
1.	*Allemann*, J., Arzt, Zweisimmen	1898
2.	*Allemann*, O., Dr. phil., Chemiker, Liebefeld, Bern	1904
3.	*Anderegg*, Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1891
4.	*Badertscher*, Dr. A., Vorsteher der Knab.-Sekundarschule Bern	1888
5.	*Balmer*, Dr. Hans, Bern	1886
6.	*Baltzer*, Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern	1884
7.	*Beck*, Dr. Gottl., Lehrer des Freien Gymnasiums, Bern	1876
8.	*v. Benoit*, Dr. jur. G., Bern	1872
9.	*Benteli*, A., Professor und Rektor, Bern	1869
10.	*Benteli*, A., Buchdrucker, Bern	1891
11.	*Berger*, F., Assistent am med. chem. Institut, Bern	1904
12.	*Blom*, A., stud. phil., Bern	1904
13.	*Bohren*, A., Dr. phil., Seminarlehrer, Bern	1901
14.	*Böschenstein*, K., Gymnasiallehrer, Bern	1904
15.	*Brunner* von Wattenwyl C., Dr. phil., Hofrath, Wien	1846
16.	*Büchi*, Fr., Optiker, Bern	1874
17.	*Bürgi*, Dr. med., Bern	1904
18.	*Buri*, Dr. phil., Kreistierarzt, Laupen	1895
19.	*v. Büren*, Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern	1877
20.	*Coaz*, Dr., eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern	1875
21.	*Conrad*, Dr. Fr., Arzt, Bern	1872
22.	*Crelier*, Dr., Priv. Doc., Lehrer am Technikum Biel	1902
23.	*Daut*, K., Apotheker, Bern	1904
24.	*Dick*, Dr. Rud., Arzt, Bern	1876
25.	*Droz*, Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut	1890
26.	*Dubois*, Dr. med., Arzt, Professor, Bern	1884
27.	*Dumont*, Dr. med. F., Arzt, Professor, Bern	1890
28.	*Dutoit*, Dr. med., Arzt, Bern	1867

29. *Eberhard,* Dr. phil., Lehrer am Gymnasium Biel . . 1902
30. *Eguet,* Jules, Dr. med., Corgémont 1898
31. *Einstein,* Alb., Mathematiker a. d. Patent-Amt, Bern . . 1903
32. *Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel 1874
33. *Farner,* Dr. A., Apotheker 1899
34. *v. Fellenberg,* R. Dr. med., Arzt, Bern 1904
35. *Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
36. *Fischer,* Dr. L., Honorar-Professor, Bern 1852
37. *v. Freudenreich,* Dr. E., Bern 1885
38. *Friedheim,* Dr. Prof., Bern 1897
39. *Geering,* Ernst, Dr. med., Reconvillier 1898
40. *Gerber,* Dr. E., Seminarlehrer, Bern 1902
41. *de Giacomi,* J., Dr. med., Arzt und Privatdozent, Bern . 1889
42. *Girard,* Prof. Dr. med., Arzt, Genf 1876
43. *Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
44. *Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
45. *Grimm,* J., Präparator, Bern 1876
46. *Gruner,* Dr. Paul, Professor, Gymnasiallehrer, Bern . . 1892
47. *v. Grünigen,* Sekundarlehrer, Bern 1902
48. *Guillebeau,* Professor Dr., Bern 1878
49. *Gurwitsch,* Dr., Priv. Doc., Anat. Institut 1902
50. *Haaf,* C., Droguist, Bern 1857
51. *Haas,* Dr. med., Sigismund, Arzt in Muri bei Bern . . 1890
52. *Häni,* Rud., Dr. med., Arzt in Köniz 1900
53. *Hartmann,* Dr. phil., Mathemat. a. Eisenbahndepartement, Bern 1898
54. *Heffter,* Dr. A., Prof. der med. Chemie u. Pharmakologie . 1899
55. *Held,* Leon, Chef des eidgen. topograph. Bureaus, Bern . 1879
56. *Helgers,* cand. phil., Bern 1902
57. *Heller,* Dr. phil., Assistent a. Institut f. Infektionskrankheiten Bern 1904
58. *Hellmann,* Boris, stud. phil., Bern 1903
59. *Henneberger,* M. Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . 1904
60. *Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . 1888
61. *Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
62. *Huber,* Rob. Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1904
63. *Hug,* Otto, Dr. phil., Bern 1897
64. *Hugi, E.,* Dr. phil., Assistent am geolog. Institut, Bern . 1900
65. *Isenschmid,* Moritz, Dr. phil., Bern 1903
66. *Jacky,* Ernst, Dr. phil., Münsingen 1901
67. *Jadassohn,* Dr. Prof., Bern 1897
68. *Jenner,* E., Entomolog, hist. Museum, Bern . . . 1870
69. *Jensen,* O., Dr. phil., Direktor, Liebefeld, Bern . . . 1904
70. *Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern 1884
71. *Juillerat,* Lehrer am Technikum Biel 1902
72. *Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern 1880
73. *Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870
74. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdozent, Bern . 1888
75. *Kobi,* Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
76. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
77. *von Kostanecki,* Dr., Professor der Chemie, Bern . . 1896
78. *König,* Ed., Dr. med., Bern 1903
79. *König,* Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer u. Dozent, Bern . 1893

80. *Körber*, H., Buchhändler, Bern 1872
81. *Kraft*, Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
82. *Kræmer*, Prof. Dr., Bern 1903
83. *Krebs*, A., Dr. phil., Seminarlehrer, Bern . . . 1888
84. *Kronecker*, Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
85. *Kummer*, Dr. med. J., Arzt, Bern 1890
86. *Kürsteiner*, Dr. med., Bern 1904
87. *La Nicca*, Dr. med. R., Arzt, Bern 1899
88. *Langhans*, Prof. Dr., Bern. 1904
89. *Lang-Zschokke*, Dr. med., Arzt, Bern 1904
90. *Lanz*, Dr. Em., Arzt, Biel 1876
91. *Leist*, Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule, Bern . 1888
92. *Lerch*, M., Professor Dr., Freiburg 1898
93. *v. Lerber*, A., Dr. med., Arzt, Laupen 1898
94. *Lindt*, Dr. med. W., Arzt und Dozent, Bern . . . 1888
95. *Lory*, C. L., Rentier, Münsingen 1894
96. *Lüscher*, E., Dr. med., Bern 1895
97. *Lütschg*, J., gewesener Waisenvater, Bern . . . 1872
98. *Mai*, Dr. Jul., P.-D. der Chemie 1902
99. *Meisser*, Benedikt, Dr. med., Bern 1903
100. *Mooser*, W., Dr., Bern 1901
101. *Moser*, Ch., Professor Dr., Bern 1884
102. *Müller*, Emil, gew. Apotheker, Bern 1882
103. *Müller*, Professor Dr. P., Bern 1888
104. *Mützenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez 1885
105. *Nanny*, Dr. Wilhelm, Arzt, Bern 1890
106. *Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier 1892
107. *Noyer*, E., Prof. Dr. Bern 1904
108. *Pfister*, J. H., Mechaniker, Bern 1871
119. *Philippson*, A., Professor Dr., Bern 1904
110. *Pillichody*, A., Adjunkt des eidg. Oberforstinspektorats Bern 1904
111. *Rohr*, K., Dr. med., Arzt, Bern 1904
112. *Rothen*, G., Sekundarlehrer, Bern 1900
113. *Rothenbühler*, H., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Bern . 1896
114. *Rubeli*, Dr. O., Professor in Bern 1892
115. *Rüfenacht*, Ed., Bern 1904
116. *Sahli*, Professor Dr. H., Bern 1875
117. *Sauter*, Dr. J., Ingenieur, Bern 1900
118. *Schachtler*, Jacques, Tiefbohr-Ingenieur, Bern . . . 1903
119. *Schaffer*, Prof. Dr., Kantonschemiker, Bern . . . 1878
120. *Schapiro*, Dr. J., Bern 1900
121. *Schär*, O., Dr. med., Bern 1904
122. *Schlachter*, Dr., Gymnasiallehrer, Bern 1884
123. *Schmid*, Dr. W., Oberst, Oberinstruktor der Artillerie, Bern 1891
124. *Schneider*, Otto, Assistent am botan. Institut, Bern . . 1903
125. *Schönemann*, Dr., Bern 1902
126. *Schürch*, Otto, Dr. phil., Zahnarzt, Langnau . . . 1898
127. *Schwendimann*, F., Prof. Dr., Bern 1904
128. *Sidler*, Dr., Honorar-Professor, Bern 1856
129. *Siegrist*, Prof. Dr., Bern 1904
130. *v. Speyr*, Dr. Prof., Direktor der Waldau 1898

131. *Spiess*, Otto, Dr., Assistent in Trappes (France) . . 1901
132. *Stäger*, Rob., Dr. med., Bern 1898
133. *Steck*, Th., Dr. phil., Konservator am Naturhist. Museum Bern 1878
134. *Steck*, Leo, stud. phil., Bern 1904
135. *Steiger*, Hans, Oberstleutnant, Bern 1897
136. *Steinegger*, Rud., Dr., I. Assistent, Liebefeld. Bern . . 1902
137. *Stooss*, Max, Professor Dr. med., Arzt, Bern . . . 1883
138. *Strasser*, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
139. *Strelin*, Alexander, Dr. med., Arzt, Bern 1898
140. *Studer*, Bernhard, sen., Bern 1844
141. *Studer*, Bernhard, Apotheker, Bern 1871
142. *Studer*, B., Dr. phil., Apotheker, Bern 1904
143. *Studer*, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . . 1868
144. *Studer*, Jakob, Sekundarlehrer, Bern 1903
145. *Studer*, Wilhelm, Apotheker, Bern 1877
146. *Tambor*, J., Dr. phil., Prof., Chem. Laboratorium . . 1894
147. *Tanner*, G. H., Apotheker, Bern 1882
148. *Tavel*, Professor Dr. E., Bern 1892
149. *Thomann*, Dr., Apotheker, Bern 1901
150. *Tièche*, M. Arzt, Bern 1903
151. *Trauinger*, E., Assistent Liebefeld, Bern 1901
152. *v. Tscharner*, Dr. phil. L., Oberst, Bern 1874
153. *Tschirch*, Dr. A., Professor der Pharmakognosie, Bern . 1890
154. *Valentin*, Ad., Professor Dr. med., Arzt, Bern . . . 1872
155. *Volz*, Walther, Dr. phil., Privat-Dozent, Bern . . . 1903
156. *Volz*, Wilhelm, Apotheker, Bern 1887
157. *Wäber-Lindt*, A., Dr. phil., Bern 1874
158. *Walker*, R., Dr. med., Arzt, Waldau 1904
159. *Walthard*, Max, Dr. med. Prof., Arzt, Bern . . . 1894
160. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl*, Jean, Oberst, Bern . . 1877
161. *Wurth*, Theoph., Dr. phil., Sekundarlehrer, Bern . . 1903
162. *Wüthrich*, Dr. phil. E., Direktor der Fabrik Neuenegg . 1892
163. *Wyss*, Dr. G., Buchdrucker, Bern 1887
164. *Wyttenbach-v. Fischer*, Dr., Arzt, Bern 1872
165. *Zeerleder-v. Fischer*, Alt-Forstmeister, Bern . . . 1904
166. *Zeller*, R., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1893
167. *Zimmermann*, K. W., Prof. Dr., Bern 1903
168. *Zimmermann*, E., Sekundarlehrer, Bern 1904
169. *Zumstein*, Prof. Dr. med., J. J., in Marburg . . 1885

Mitgliederzahl auf 31. Dezember 1904: 170.

Im Jahre 1904 ausgetreten:

v. Mutach, Alfred, Bern.
Pulver, G., Vorsteher in Hindelbank.
Rosenmund, Oberst, Ingenieur, Zürich.
Streun, G., Dr., Sekundarlehrer, Bern.
Vögeli, H., Dr. med., Thun.

Im Jahre 1904 gestorben:

Ris, F., gew. Lehrer der Physik am städt. Gymnasium, Bern.

Korrespondierende Mitglieder:

1. *Brückner*, E., Prof. Dr., Halle a. d. Saale 1904
2. *Flesch*, Dr. M., Arzt in Frankfurt 1882
3. *Gasser*, Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1884
4. *Graf*, Lehrer in St. Gallen 1858
5. *Grützner*, Dr. A., Professor in Tübingen 1881
6. *Hiepe*, Dr. Wilhelm, in Birmingham 1874
7. *Imfeld*, Xaver, Topograph in Hottingen 1880
8. *Krebs*, Gymnasiallehrer in Winterthur 1864
9. *Landolf*, Dr., in Chili 1881
10. *Lang*, Dr. A., Professor in Zürich 1876
11. *Leonhard*, Dr., Veterinär in Frankfurt 1870
12. *Lichtheim*, Professor in Königsberg 1881
13. *Metzdorf*, Dr., Prof. der Landw. Schule in Proskau, Schles. 1870
14. *Petri*, Dr. Ed., Professor der Geographie in St. Petersburg 1883
15. *Regelsperger*, Gust., Dr., rue la Boétie 85, Paris . . 1883
16. *Rothenbach*, Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1871
17. *Wälchli*, Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1873
18. *Wild*, Dr. Professor, in Zürich 1859

Neu aufgenommen im Jahre 1904.

1. *Allemann*, O., Dr. phil., Chemiker, Liebefeld, Bern.
2. *Berger*, F., Assistent am med. chem. Institut, Bern.
3. *Blom*, A., stud. phil., Bern.
4. *Böschenstein*, K., Gymnasiallehrer, Bern.
5. *Bürgi*, Emil. Dr. med., Bern.
6. *Daut*, K., Apotheker, Bern.
7. *v. Fellenberg*, R., Dr. med., Arzt, Bern.
8. *Heller*, Dr. phil., Assistent am Institut für Infektionskrankheiten, Bern.
9. *Henneberger*, M., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern.
10. *Huber*, Rob., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern.
11. *Jensen*, O., Dr. phil., Direktor, Liebefeld, Bern.
12. *Kürsteiner*, Dr. med., Bern.
13. *Langhans*, Prof. Dr. Bern.
14. *Lang-Zschokke*, Dr. med., Arzt, Bern.
15. *Noyer*, E., Prof. Dr., Bern.
16. *Philippson*, A., Prof. Dr., Bern.
17. *Pillichody*, A., Adjunkt des eidg. Oberforstinspektorats, Bern.
18. *Rohr*, K., Dr. med., Arzt, Bern.
19. *Rüfenacht*, Ed., Bern.
20. *Schär*, O., Dr. med., Bern.
21. *Schwendimann*, F., Prof. Dr., Bern.
22. *Siegrist*, Prof. Dr., Bern.
23. *Steck*, Leo, stud. phil., Bern
24. *Studer*, B., Dr. phil., Apotheker, Bern.
25. *Walker*, R., Dr. med., Arzt, Waldau.
26. *Zeerleder-v. Fischer*, Alt-Forstmeister, Bern.
27. *Zimmermann*, E., Sekundarlehrer, Bern.

Rechnung der bernischen naturforschenden Gesellschaft pro 1903.

Einnahmen.

An Jahresbeiträgen	Fr. 1200.—
An Eintrittsgeldern	» 65.—
An Zinsen	» 99.40
An ausserordentlichen Einnahmen	» 200.—
	Fr. 1564.40

Ausgaben.

Mitteilungen	Fr. 900.50
Bibliothek	» 43.20
Sitzungen	» 86.—
Lesezirkel	» 59.70
Verschiedenes	» 68.15
Passiv-Saldo letzter Rechnung	» 478.85
	Fr. 1636.40

Bilanz.

Ausgaben	Fr. 1636.40
Einnahmen	» 1564.40
Passiv-Saldo	Fr. 72.—

Reservefonds

ist im Jahre 1903 unverändert geblieben mit . . Fr. 1550.—

Koch-Fundus

ist im Jahre 1903 unverändert geblieben mit . . . Fr. 500.—

Vermögensetat.

Das Vermögen der bernischen naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dezember 1903 in dem

Reservefonds	Fr. 1550.—	
Koch-Fundus	» 500.—	Fr. 2050.—
weniger dem Passiv-Saldo obiger Rechnung		» 72.—
bleibt als Netto-Vermögen		Fr. 1978.—

Auf 31. Dezember 1903 beträgt das Vermögen	Fr. 1978.—
Auf 31. Dezember 1902 betrug dasselbe	» 1571.15
Es ergibt sich also eine Vermehrung von	Fr. 406.85

Der Kassier:

B. Studer-Steinhäuslin.

Genehmigt in der Sitzung vom 30. April 1904.

M. Tièche.

Beitrag zur Kenntnis der fossilen gestielten Cirripedien in der Umgebung Berns.

(Vorgetragen am 19. Dezember 1903.)

Reste von fossilen Cirripedien[1]) gehören im allgemeinen nicht zu den seltenen Vorkommnissen der Ablagerungen unserer marinen Molasse. Doch beschränkten sich unsere Kenntnisse auf das Vorkommen der Familie der Balaniden. Ich war daher sehr angenehm überrascht, in der marinen Molasse des Belpberges und auch in der Umgebung von St. Gallen einige sehr guterhaltene Schalen zu finden von merkwürdigem Aussehen, welche sich als zur Gattung Scalpellum, Familie der Lepadiden, gehörig bestimmen liessen. Darwin war der erste, der sich mit der Bestimmung fossiler Cirripedien näher befasst hat. Er beschrieb für die Gattung Scalpellum allein zweiundzwanzig Spezies, welche alle der Kreide oder dem Tertiär angehören.

Später haben Bosquet, Reuss, Seguenza, Hebert, Marsson und andere das Vorkommen von fossilen Cirripedien auf dem Festlande bestätigt.

Die Gattung Scalpellum kommt im allgemeinen nur in grossen Tiefen vor. Darwin sowohl als auch Hœk machen darauf aufmerksam, dass die Zahl der Individuen klein sein muss, denn für zirka vierzig recente Spezies sind nur 1 bis 4 Individuen bekannt geworden. Aus dieser Seltenheit erklärt sich auch das fast vollständige Fehlen einer Literatur über fossile Formen von Scalpellum auf dem Festlande. Es mag damit auch diese kleine Publikation ihre Rechtfertigung finden. Zwölf bis fünfzehn Schalenplatten charakterisieren nach Darwin die Scalpellum-Arten. Nämlich auf beiden seitlichen Mantelflächen befindet sich ein Scutum (a), ein Tergum (b), ein rostrales Seitenstück (c), ein carinales Seitenstück (d), ein oberes mittleres Seitenstück (e) und

[1]) Habe sowohl den Ausdruck Cirripedien als auch Cirripedier in der Lit. gefunden.

ein unteres mittleres Seitenstück (f). Typisch für jede Spezies ist aber immer die unpaarige Carina (g). In seltenen Fällen kommt noch eine Subcarina vor und häufiger auch ein Rostrum, beide unpaarig. Doch wurden diese letztern Schalenplatten nur bei recenten Formen bis jetzt beobachtet.[1]) Hœk hat eine Einteilung der recenten Formen nach rein äussern Merkmalen aufgestellt. Nach dieser Einteilung gehört unsere Spezies zu den Formen, deren Carina winklig geknickt ist, die einen spitzen Wirbel (Umbo) besitzen, der vom eigentlichen Apex ziemlich weit entfernt ist und deren Schalen vollkommen verkalkt sind. Eine fossile Form Scalpellum magnum Wood weist alle diese Merkmale auf. Sie besitzt dreizehn Schalenstücke und zeigt eine überaus grosse Ähnlichkeit mit den am Belpberge vorkommenden Fossilien. (Siehe Abbildg. No. V.) Auch unter den recenten Formen kommen eine Anzahl Spezies vor, welche die oben erwähnten Charaktere sehr ausgeprägt besitzen, nämlich Scalpellum vulgare Leach und Scalpellum ornatum Gray mit rudimentärem Rostrum und ferner Scalp. Peronii Gray und Scalp. rostratum Darwin mit Rostrum und Subcarina. Sc. Stroemii Sars, Sc. carinatum, recurvirostrum und compressum Hœk, welche auch zu dieser Gruppe gehören, haben weniger Ähnlichkeit, ihre Carinen sind von den unserigen verschieden.

Siehe Challenger Report Part XXV. Hœk Cirripedia (Seite 63 und 64).[2])

Von den sieben für fossile Formen typischen Schalenplatten ist es mir bis jetzt gelungen, zwei der charakteristischsten aufzufinden, nämlich die Carina und das rostrale Seitenstück. Beide genügen, um die Gattung sicher festzustellen und auch Rückschlüsse auf die Spezies zu ziehen.

I. Carina. Siehe Abbildg. I B. u. A. II B. u. A. u. III.

Bei unserem Fossil entspricht der Umbo dem dicksten Teile der Schale; an dieser Stelle kreuzen sich auch die beiden Schenkel, welche den oben erwähnten Winkel[3]) der Abknickung bilden. Der Umbo befindet sich auf dem dritten Teile der Gesamtlänge. Der untere Teil der Schale ist stärker abgerundet als der obere, der

[1]) Was natürlich ihr Vorkommen bei fossilen Arten nicht ausschliesst.

[2]) A monograph on the subclass Cirripedia the pedunculated Cirripedes. Tafel V und VI.

[3]) Der Winkel beträgt etwa 130°.

in den Apex ausläuft. An den Exemplaren vom Belpberge lässt sich ferner auf beiden Seiten eine Kante beobachten, welche bis gegen die Basis ausläuft und einen dreieckigen obern Teil (tectum) von einem mehr dachförmig, nach unten gelegenen seitlichen Teil (parietes) abgrenzt. In allen diesen Punkten stimmt Darwins Abbildung der Carina von Scapellum magnum Wood. mit unsern Exemplaren überein. Darwins Abbildungen und Text beschreiben ferner noch eine zweite Kante, welche von dem oben erwähnten dreieckigen Feld jederseits die äussersten Partien (Interparietes) abgrenzt und vom Umbo bis in die Nähe der abgerundeten Basis verläuft. Diese Kante konnte ich an keinem unserer Exemplare beobachten.[1]) — Siehe Abbildg. V (g) und vergleiche damit Fig. I A u. B, II A u. B u. Fig. III. Ferner ist der ganze Bau unserer Carinen weniger massig, das heisst eleganter. Die Länge der Schale beträgt 4 cm, die Höhe beim Umbo etwa 3 bis 4 mm.

Es ist sowohl eine vom Umbo radiär ausstrahlende Längsstreifung vorhanden als auch eine um die ganze Schale herum verlaufende cirkuläre Streifung. — (Anmerkung: Über das Wachstum der Schalen siehe Darwin, Weithofer etc.)

II. Das rostrale Seitenstück. Fig. IV A, B, Fig. V (c).

Das rostrale Seitenstück ist kaum 1 cm gross. Es ist in die Länge gezogen und verbreitert sich ganz allmählich von der Spitze bis zum abgerundeten Ende der Schale. Die Vorderseite ist mit Streifen konzentrischer Natur bedeckt. Auf der Rückseite befindet sich eine ovale Fläche, von der ein schnabelartiger Fortsatz nach vorn abbiegt, der mit der oben erwähnten Spitze identisch ist. Dieser Fortsatz beträgt ein Drittel der Gesamtlänge. Die untere Seite dieses Fortsatzes zeigt gegen die Spitze verlaufende Kerblinien, welche sich in der Mitte schneiden und wahrscheinlich die Ausläufer der auf der Vorderseite geschilderten konzentrischen Streifung bilden. Der Umbo befindet sich in der Nähe des Apex. Im ganzen stimmt das rostrale Seitenstück vollständig mit der in Darwins Abhandlung gegebenen Abbildung überein.[2])

Da die Schalenstücke, welche sonst am meisten Verschiedenheiten aufweisen, so grosse Ähnlichkeit haben, werden sich die

[1]) Der Querschnitt erhält dadurch ein anderes Aussehen, und darin besteht der Hauptunterschied zwischen dem Scalp. magnum und den Fossilien vom Belpberge.

[2]) Siehe Darwin: a monograph on the fossil Lepadidæ, Tab. I.

noch unbekannten kaum wesentlich von dem Scalpellum magnum Wood., im Tertiär Englands (sogen. lower part of coralline Crag.) vorkommend, unterscheiden. Doch bleibt die Feststellung dieser Tatsache der Zukunft vorbehalten.[1]) Am Belpberge gehören die Schalen keineswegs zu den Raritäten, man findet sie hin und wieder im obern Panopaeenlager und seltener auch im Turritellenlager. Auch in der Umgebung St. Gallens fand ich eine Carina,

[1]) Vergleicht man unsere Art mit den auf Seite 2 genannten vier recenten Formen, so erhält man folgende Resultate:

Bei Scalp. ornatum sind die Rippen der Carina gezähnt, die Schalen erhalten dadurch etwas sehr charakteristisches und sind kaum mit andern Carinen zu verwechseln; wir können also diese Art ausschliessen. — Gegen Scalp. Peronii und rostratum, deren Carinen, was die gröbern Umrisse anbelangt, den Schalen vom Belpberge ähnlich sehen, spricht, dass die rostralen Seitenstücke von letztern sehr verschieden sind. Am meisten Ähnlichkeit hat Scalp. vulgare mit unserer Art. Doch sind die Carinen der letztern klein. Der oben beschriebene Fortsatz des rostralen Seitenstückes beträgt nicht ein Drittel der Gesamtlänge, sondern nur ein Sechstel derselben; wenn man aber die Gründe abwägt, welche Darwin veranlassten, eine Trennung des Scalp. magnum und vulgare vorzunehmen, so ergibt sich, dass unsere Form dem Scalp. magnum immerhin noch näher steht. [Siehe Darwin a monograph on the fossil Lepadidae Scalp. magnum.]

Weithofers Spezies: Scalp. Pfeifferi aus dem Schlier von Ottmang hat eine sehr rasch nach unten zu breit werdende, stark gewölbte und unten scharf abgeschnittene Carina. Das rostrale Seitenstück ist ebenfalls verschieden. Die Schalen, welche Bertrand aus dem Grobkalke von Paris beschreibt, lassen sich von den unsrigen auf den ersten Blick unterscheiden. Die beiden Spezies von Reuss haben keine winklig geknickte Carinen, sie fallen also von vornherein weg. Es ist also ausser dem Scalpellum magnum keine fossile Art vorhanden, welche der unserigen sehr nahe steht. — Die Spezies von Seguenza kenne ich nur durch andere Autoren, welche sie zum Vergleiche mit ihren Spezies angeführt haben: Scalp Molinianum Seguenza ist jedenfalls eine dem Scalp. magnum nahe verwandte Art. — Zum Schlusse nur noch so viel: Es scheint mir unsere Form zwischen dem Scalp. magnum und Scalp. vulgare zu liegen, d. h. sie hat gewisse Anklänge an beide Arten. Sie hat die Grösse des erstern, hat aber keine Interparietes oder sehr undeutliche und nähert sich in anderer Hinsicht dem Scalpellum vulgare*) wieder mehr. Es ergibt sich also auch hier ein Ineinandergehen der verschiedenen Arten ohne eine deutliche Abgrenzung.

*) Anmerkung: Herr Prof. Hescheler hatte die Freundlichkeit, mir aus der Privatsammlung von Herrn Prof. Lang einige in Alkohol konservierte Stücke von Sc. vulgare aus dem Golfe von Neapel zum Vergleiche zuzusenden.

doch ist dieselbe im ganzen zierlicher gebaut als die am Belpberge vorkommende. Da doch im grossen und ganzen Verschiedenheiten bestehen mit dem Scalpellum magnum Wood. und die oben erwähnten recenten Spezies bedeutendere Verschiedenheiten aufweisen, so schlage ich Ihnen vor, die Spezies vorläufig als neu unter dem Namen Scalpellum Studeri n. spec. nach Herrn Prof. Studer in Bern benannt in das Verzeichnis der Tierreste des schweizerischen Helvetians aufzunehmen.

Den HH. Prof. Mayer in Zürich, Prof. Steinmann in Freiburg im Breisgau und Prof. Studer in Bern spreche ich meinen verbindlichsten Dank aus für die mir erteilten Ratschläge.

Benützte Literatur.

A monograph on the fossil Lepadidæ or pedunculated cirripedes of Great Britain, 1851, by Charles Darwin.

A monograph on the fossil Balanidæ and Verrucidæ, 1854, by Charles Darwin.

Darwin a Monograph on the subclass Cirripedia. The Lepadidae: Ray society 1854. Vol. I.

Zittel: Handbuch der Palaeontologie. II. Basel 1885.

Reuss: Über eine neue oligocäne Scalp.-Art. Sitzungsberichte der k. Akad. der Wissensch. Wien 1861.

Reuss: Über fossile Lepadiden. Sitzungsbericht der k. Akad. der Wissensch. Wien 1864.

1. Lepadiden-Reste aus dem Oligocaen;
2. Miocæne Lepadiden-Reste;
3. Lepadiden der böhmischen Kreide;
4. Lepadiden aus der Mucronatenkreide von Nagorzani.

Fischer-Ooster. Über die Fossilien im Steinbruche Stockern. Pag. 213. Mitteilungen der Berner Nat.-F. Gesellschaft 1861. Isidor Bachmann, Die in der Umgebung Berns vorkommenden versteinerten Tierreste 1867.

Mayer: Systematisches Verzeichnis der marinen Arten der helvetischen Stufe der Schweiz und Schwabens 1872. Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz.

Hœk: The voyage of H. M. J. Challenger; Report on the cirripedia Part XXV Volume VIII. 1883.

Kissling. Die versteinerten Tier- und Pflanzenreste der Umgebung Berns 1890.

Weithofer: Bemerkungen über eine foss. Scalpellum-Art aus dem Schlier von Ottmang und Kremsmünster. Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt 1887.

Marsson: Die Cirripedien und Ostracoden der weissen Schreibkreide der Insel Rügen 1880.

Mitteilungen aus dem N. W. V. von Neuvorpommern und Rügen.

Bosquet: Monographie des crustacés fossiles du terrain crétacé du duché de Limburg 1854.

Seguenza: Ricerche paleontologiche intorno ai Cirripedi Terziarii della Provincia di Messina 1873 und 1876.

Beide letztangeführten Werke waren mir nicht zugänglich.

Studer: Über decapode Krebse aus den marinen Molasse-Ablagerungen des Belpberges. Abhandlungen der schweizerischen Palaeontologischen Gesellschaft. Vol. XIX. 1892. Vol. XXV. 1898.

Bertrand 1893. Note sur trois espèces du genre Scalpellum du calcaire grossier des environs de Paris. Bul. soc. géol. de France. 3 s. t. XIX plg. XIII.

Nachtrag: Das nach Abschluss dieser kleinen Mitteilung von mir aufgefundene Untere Mediale Seitenstück entspricht vollkommen den Voraussetzungen. Es hat den Umbo im obern Drittel der Gesamtlänge der Schale. — Ich muss ferner noch darauf aufmerksam machen, dass sowohl die Terga als auch die Scuta unserer Balaniden bis jetzt unbekannt geblieben sind, somit die Spezies noch ganz unsicher sind. Das Scalpellum Studeri ist daher die bestcharakterisierte Cirripedien-Art aus dem schweizerischen Helvetian.

Erklärung der Figuren.

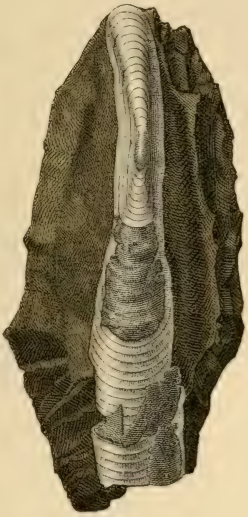
I. Carina von Scalpellum Studeri n. spec. von der Seite gesehen.
   A. Natürliche Grösse.
   B. Zweimal vergrössert.

II. Carina von Scalpellum Studeri n. spec. von oben gesehen.
   A. Natürliche Grösse.
   B. Zweimal vergrössert.

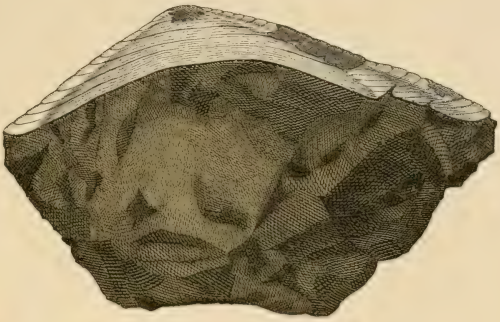
III. Etwas schematisierte Abbildung von der Carina mit Querschnitten.

IV. Rostrales Seitenstück.
   A. Von unten.
   B. Von der Seite.

V. Darwins Abbildung von Scalpellum magnum Wood.
   a. Scutum.
   b. Tergum.
   c. Rostrales Seitenstück.
   d. Carinales Seitenstück.
   e. Oberes mittleres Seitenstück.
   f. Unteres mittleres Seitenstück.
   g. Carina.

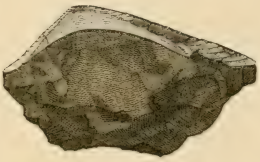


II B

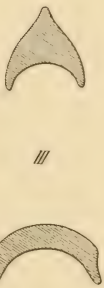


I B

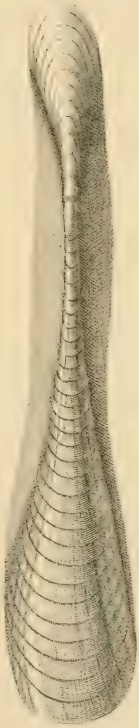
II A

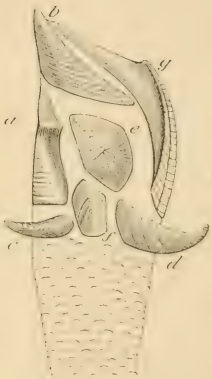


I A



III





A

IV

B

Gez. & Lith. R. Armbruster & Söhne, Bern

P. Gruner.

Dämmerungserscheinungen im Jahre 1903.

Die Dämmerungserscheinungen haben seit dem Sommer 1902 von neuem das Interesse der Naturfreunde auf sich gezogen. Ein kurzer Überblick derselben wurde bereits in einer früheren Arbeit (siehe diese Mitteilungen 1903 p. 1) gegeben. —Dem aufmerksamen Beobachter mussten sich bald eine Anzahl von Fragen aufdrängen, deren Beantwortung ein über längere Perioden sich ausdehnendes Beobachtungsmaterial verlangt. Es schien deshalb wertvoll, die Beobachtungen so regelmässig wie möglich fortzusetzen und dieselben in gedrängter Übersicht chronologisch geordnet zusammenzustellen.

Freilich können die nachfolgenden Angaben nicht auf absolute Vollständigkeit Anspruch erheben. Der Zeitpunkt der Dämmerungsphänomene ist oft ziemlich unbequem gelegen, so dass zeitweise eine regelmässige und besonders eine ungestörte Beobachtung nicht zu Stande kommt. Die meisten Beobachter pflegen nur diejenigen Daten anzugeben, an denen sie eine schöne Abendröte konstatierten; damit bleibt aber dahingestellt, ob an den nicht angegebenen Abenden trotz klaren Himmels keine auffallende Dämmerung eintrat, oder ob die meteorologischen Verhältnisse das Auftreten derselben von vorneherein verhinderten, oder ob die Beobachtung überhaupt ausgeblieben ist. Deshalb hielt ich es für wesentlich, die Angaben in der Weise zu vervollständigen, dass jedesmal bemerkt wird, ob eine Beobachtung einfach ausgeblieben ist, oder ob eine solche wegen der Witterung unmöglich war. Allerdings wird dadurch die ganze Tabelle etwas schwerfälliger, aber es darf nicht vergessen werden, dass ein Nichterscheinen des Purpurlichtes bei völlig klarem Abendhimmel wenigstens ebenso wichtig ist zur Klärung der Ursachen der Abendröte, als das Auftreten der glanzvollsten Himmelsfärbungen.

In Kürze sei hier noch der bekannte normale Verlauf der Dämmerungserscheinungen beschrieben. Aus denselben wird

hervorgehen, auf welche Punkte bei der Beobachtung hauptsächlich Gewicht gelegt wurde.

Die untergehende Sonne ist von einer intensiv weiss glänzenden Aureole, die sich allmählich hinter dem westlichen Horizont heruntersenkt, umgeben. Kurz nach Sonnenuntergang erscheinen daselbst in ziemlich weiter Ausdehnung gelbliche, oft rötliche Färbungen, die sich in langen Streifen dem Horizonte auflagern, höchstens einige Grade über ihn sich erheben und, in weisslichen (ausnahmsweise grünlichen) Tönen ausklingend, sich im Himmelsblau verlieren. Diese streifenförmigen Gebilde, die den Anfang und das Ende der Dämmerungserscheinung bilden, sollen in ihrer Gesamtheit als Horizontal-Streifen (Hor.-Str.) bezeichnet werden. Zehn bis zwanzig Minuten nach Sonnenuntergang — einige Zeit nachdem die weissliche Aureole ebenfalls untergegangen ist, und nur noch die matt gelblichen Hor.-Str. die Gegend des Sonnenunterganges kennzeichnen — bildet sich in ziemlicher Höhe über dem Horizont ein mattrötlicher Schimmer aus, der bald an Helligkeit und Ausdehnung zunimmt. In der Regel erscheint dieser schön purpurrot leuchtende Schimmer in Gestalt eines wohlausgebildeten Kreissegmentes, das sich oft ganz scharf von dem Hor.-Str. abhebt. Es ist das erste Purpurlicht, die charakteristische Erscheinung der Dämmerung, die mit ihrem milden, rosafarbigen Lichte die ganze Landschaft in ein farbiges Bild verwandelt. Nach 5—10 Minuten erreicht das Purpurlicht seine grösste Intensität, beginnt aber oft schon vorher, erst langsam, dann rascher herunterzusinken. Es scheint hinter dem Hor.-Str. unterzugehen, immerhin sich mit demselben allmählich verschmelzend. Der anfangs matte Hor.-Str. erglänzt dabei in lebhafteren Farben, die oft intensiv golden oder glühend feuerrot nüanciert sind. Oft glüht derselbe noch lange nach Untergang des Purpurlichtes weiter, oft allerdings erlischt sein Glanz sehr bald; mit dem letzten Vergehen der Rötung dieses Streifens erreicht die Dämmerung ihr definitives Ende. Allerdings bildet sich manchmal 10—15 Minuten nach Erlöschen des ersten Purpurlichtes ein zweiter, mehr violettrot leuchtender Schimmer über den letzten Spuren des Hor.-Str., es ist das zweite Purpurlicht, das an Glanz und Ausdehnung hinter dem ersten bedeutend zurücksteht, aber dessen Zeitdauer oft nicht gering ist.

Interessant ist es, den Reflex dieser Färbungen am Ost-Himmel, insbesondere an der schönen Kette unserer Berner-Alpen zu verfolgen. In dem Masse, als die Sonne unter den West-Horizont sinkt, erhebt sich über dem östlichen Horizont eine stahlgraue Wand, der Erdschatten. Ein breites, rosafarbiges Band umsäumt ihn, die sog. Gegendämmerung, die sich oft noch ziemlich hoch über dem Horizonte nachweisen lässt. Der Schein der letzten, die Alpen noch treffenden Strahlen beleuchtet die Bergspitzen in mehr oder weniger intensivem Rot, je nach dem Dunst der Atmosphäre; dieser Schein bildet das gewöhnliche Alpenglühen. Ist dasselbe erloschen, so erscheinen die Alpen in blassgrauen Farben (sog. Leichengrau), die aber in der Regel nur kurze Zeit andauert, um bald wieder einer neuen Erhellung Raum zu lassen. Diese Aufhellung der Alpen wurde durchwegs konstatiert; unter günstigen Umständen ist eine Rosafärbung der Alpen unverkennbar gewesen; aber das eigentliche Nachglühen konnte nicht konstatiert werden, ausgenommen vielleicht am 23. November.

Auf Grund dieser Bemerkungen ist die Zusammenstellung der Dämmerungserscheinungen, die vom Februar 1903 bis Februar 1904 in Bern beobachtet wurden, wohl ohne weiteres verständlich. — Bei den Beobachtungen wurde mehr Gewicht darauf gelegt, den allgemeinen Charakter der Erscheinung festzustellen (namentlich auch das Auftreten des roten Hor.-Str. womöglich bis zuletzt zu kontrollieren), als bestimmte numerische Angaben (exakte Zeitbestimmung, genaue Fixierung der Höhe und Ausdehnung) zu liefern; dieselben sind überhaupt bei dem schwankenden Charakter des Phänomens nur in angenäherter Weise möglich.

Die Zeitangaben beziehen sich auf die mitteleuropäische Stundenzonenzeit. Der Moment des Sonnenunterganges wurde hin und wieder ermittelt, ist aber bei dem unregelmässigen Charakter des westlichen Horizontes nutzlos; statt dessen wurden die nach dem «Annuaire du bureau des longitudes» berechneten Sonnenuntergangszeiten eingesetzt (die atmosphärische Refraktion ist dabei berücksichtigt). Wo es nötig schien, deuten einige Angaben den allgemeinen Himmelszustand an.

Zusammenstellung.

Febr. 5.

5 35 (Sonnenuntergang).
5 45 Noch keine Rötung im W. Normaler Hor.-Str.
5 50 Mattes Purpurlicht in geringer Höhe.
5 55 Purpurlicht hell, nicht sehr ausgedehnt, nicht sehr hoch.
6 — Purpurlicht sinkt. Hor.-Str. werden purpurfarbig.
6 05 Letzte Spur des Purpurlichtes.
6 20 Färbung der Hor.-Str. unmerklich.

Febr. 6. Beobachtung unvollkommen; gut entwickeltes Purpurlicht.
6 20 Hor.-Str. noch rot gefärbt.
6 30 Letzte Färbung verschwunden.

Febr. 7. Beobachtung unvollkommen.
6 — Letztes intensives Segment des Purpurlichtes sichtbar.
6 15 Hor.-Str. noch rot gefärbt.
6 35 Letzte Färbung verschwunden.

Febr. 8. Stratus im W. Intensive Karminfärbung derselben. Nach 6 Uhr noch Rötung des Himmels hinter den Wolken.

Febr. 9. Abends bewölkt; eintretendes Tauwetter.

Febr. 10. Beobachtung unvollkommen.
6 05 Sehr schönes, ausgebreitetes, hohes Purpurlicht.
6 10 Purpurlicht erblasst und sinkt.
6 15 Feurige Färbung der Hor.-Str.
6 20 Immer noch feurige Färbung.

Febr. 11.

5 44 (Sonnenuntergang) — Himmel ausserordentlich klar.
5 50 Goldgelbe Hor.-Str.
5 55 Beginn des Purpurlichtes. — Intensive Gegendämmerung über den Alpen.
6 08 Max. des Purpurlichtes, sehr intensiv, ziemlich hoch.
6 12 Starke Abnahme des Purpurlichtes. Hor.-Str. feuerrot. — Gegendämmerung verschwunden.
6 15 Purpurlicht untergegangen, Hor.-Str. intensiv goldfarben. — Alpen noch matt rosa.
6 20 Hor.-Str. noch feurig. Darüber klarer Himmel.
6 30 Hor.-Str. noch glutrot. Andeutung eines zweiten Purpurschimmers darüber.
6 40 Noch schmaler Glutstreifen. Zweites Purpurlicht fort.
6 46 Noch letzte Rötung im W.

Febr. 12.

5 46 (Sonnenuntergang) — Himmel und Alpen ausserordentlich klar.

5 55 Normaler Hor.-Str. — Intensive Gegendämmerung über den Alpen.
6 — Beginn des Purpurlichtes.
6 10 Purpurlicht intensiv, nicht sehr ausgedehnt, deutlich abgehoben über dem grünlich-weissen Streifen. Darunter matter Hor.-Str. — Alpen überraschend klar, deutlich rosafarbig.
6 15 Purpurlicht intensiv, tief gesunken. Hor.-Str. intensiv gelbrot. — Alpen noch klar.
6 20 Purpurlicht untergehend. Matt roter Hor.-Str.
6 30 Schmaler Hor.-Str. Darüber klarer Himmel.
6 40 Schwache Rötung: Zweites Purpurlicht.
6 55 Noch letzte Spuren der Rötung.

Febr. 13.
5 48 (Sonnenuntergang) — Himmel gegen Abend klar werdend; Alpen unsichtbar.
6 02 Beginn des Purpurlichtes.
6 10 Schwaches, wenig ausgedehntes Purpurlicht.
6 15 Fächerbildung; das Purpurlicht wird durch einen breiten, stark gegen den Horizont geneigten, nach S. gerichteten, klarblauen Streifen fächerartig geteilt.
6 20 Purpurlicht untergegangen. Matter Hor.-Str.

Febr. 14.—15. Bewölkt.

Febr. 16. Partielle Aufheiterung des Himmels.
6 15 Hinter den Cumuli erscheint der Himmel schön gerötet.

Febr. 17.—18. Beide mal unvollkommene Beobachtung.
Um 6 15 beide mal ein schönes Purpurlicht.

Febr. 19.
5 58 (Sonnenuntergang) — Alpen ausserordentlich klar.
6 12 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen hell rosafarbig; dahinter deutlicher Erdschatten.
6 20 Purpurlicht wunderschön, sehr intensiv, ziemlich ausgedehnt, gut abgehoben über dem weisslichen Hor.-Str. — Alpen sehr hell, rosafarbig.
6 25 Purpurlicht sinkt rasch, wird noch intensiver. Hor.-Str. orangefarbig. — Alpen noch prächtig.
6 30 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. feuerrot. — Alpen matt rosa.

Febr. 20. W. Himmel partiell durch Stratus bedeckt. Verschiedene Rotfärbungen desselben und des dahinterliegenden Hor.-Str.

Febr. 21.—23. W. Himmel mehr oder weniger bedeckt.

Febr. 24.
6 05 (Sonnenuntergang) —Himmel und Alpen sehr klar; nur vereinzelte Wolken.

6 10 Hor.Str. gelb bis orange gefärbt. Keinerlei Auftreten irgendwelcher Rosafärbung über dem Hor.-Str. — Berge stets klar und rosafarbig, wenn auch nur matt.

6 35 Hor.-Str. sehr matt.

Febr. 25.—28. W. Himmel mehr oder weniger bedeckt.

März 1.—3. Bedeckt und Regen.

März 4.

6 17 (Sonnenuntergang)

6 38 Beginn eines schwachen Purpurlichtes.

6 42 Purpurlicht sinkt, nicht intensiv. Hor.-Str. hellgelb.

6 50 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. orangegelb.

7 05 Noch letzte Spuren von Rötung.

März 5. u. 6. Bedeckt und Regen.

März 7.

6 20 (Sonnenuntergang) — Alpen und Himmel klar.

6 37 Matter Hor.-Str. Keinerlei Rötung darüber.

6 45 » » » » »

6 55 Sehr matter Hor.-Str. » » »

März 8.—9. Bedeckt.

März 10.

6 24 (Sonnenuntergang) — Klarer Himmel, dunstiger Horizont, Alpen kaum sichtbar.

6 30 Dunstiger Hor.-Str., unten grau.

6 42 Mattrosafarbiger Hor.-Str. Keinerlei Purpurlicht.

6 45 Hor.-Str. sehr matt » »

6 50 » » äusserst matt » »

März 11. Genau wie am 10. März; etwas mehr Stratus am Himmel.

März 12. Bedeckt. Geringe Rötung zwischen den Wolken.

März 13. Beobachtung ausgeblieben; Himmel sehr klar.

März. 14. Bei klarem Himmel ähnliche Erscheinung wie am 10. März.

März 15.—18. Bedeckt oder bewölkt.

März 19.—20. Beobachtung ausgeblieben; Himmel meist sehr klar.

März 22.

6 42 (Sonnenuntergang) — Himmel sehr klar; Berge klar; warme Witterung.

6 55 Beginn des Purpurlichtes.

7 Intensives, dunkelgefärbtes Purpurlicht, deutlich sich von den schön gelben Hor.-Str. abhebend; aber nicht sehr hoch, nicht sehr ausgedehnt.

7 05 Purpurlicht senkt sich, verschmelzt sich mit den sich rot färbenden Hor.-Str.

7 10 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. schön rot.
7 30 Letzte Spuren der Rötung.

März. 23. Unvollkommene Beobachtung.
Prächtiges Wetter. Um 7 Uhr dunkles Purpurlicht.

März 24. Bewölkt.

März 25. Dunstiger Horizont. 7 Uhr 10 keinerlei Rötung.

März 26.—31. Bewölkt bis bedeckt.

April 1.—5. Bewölkt bis bedeckt.

April 6.
7 03 (Sonnenuntergang) — Horizont dunstig.
7 10 Matt rosafarbiger Hor.-Str.
7 23 Mattes, wenig ausgedehntes Purpurlicht, nicht deutlich getrennt vom Hor.-Str.
7 30 Desgleichen.
7 32 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. schön rot.
7 43 Letzte Rötung verschwunden. Eigenartige Grünfärbung des Horizontes.

April 7. Keine Beobachtung — klarer Himmel.

April 8.—10. Bewölkt bis bedeckt (am 9. nicht beobachtet)

April 11.
7 10 (Sonnenuntergang) — Himmel im Laufe des Tages sich aufheiternd.
7 10 Mattroter Hor.-Str.
7 23 Mattes, kaum bemerkbares Purpurlicht, unmittelbar über dem Hor.-Str.
7 27 Desgleichen.
7 30 Hor.-Str. noch schön rot.
7 45 Letzte Rötung verschwunden.

April 12.—30. Durchwegs bedeckter Westhimmel, Schnee etc. — nur vereinzelte Aufheiterung, deshalb nicht beobachtet.

Mai 1.—9. Bewölkt bis bedeckt, Regen etc.

Mai 10.—23. Beobachtungen sind ausgeblieben.

Mai 24. Unvollkommene Beobachtung.
8.20—8.35 prächtiges, intensives, ziemlich ausgedehntes Purpurlicht.

Mai 25.—Juni 30. Beobachtungen sind ausgeblieben.

Juli 1.—31. Der Monat Juli war durchwegs regnerisch; deshalb keine Beobachtungen.
So viel erinnerlich wurden keine auffallenden Dämmerungserscheinungen beobachtet.

August 1. Schön ausgebildetes Purpurlicht — von Grindelwald aus gesehen.

August 2. Regen.

August 3. Nicht beobachtet.

August. 4.

7 57 (Sonnenuntergang) — prächtiges Wetter.
8 06 Purpurlicht schon begonnen.
8 10 Intensive Gegendämmerung im O. Alpen rosafarbig.
8 15 Purpurlicht intensiv. Hor.-Str. darunter grünlich, dann golden.
8 18 Purpurlicht glänzend, aber nicht sehr ausgedehnt. Hor.-Str. golden. — Gegendämmerung erloschen; Alpen noch hell rosa.
8 22 Purpurlicht sinkt und verschmelzt sich mit dem Hor.-Str., wird noch intensiver. — Alpen noch rosafarbig.
8 30 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. noch rot.

August 5.

7 56 (Sonnenuntergang) — prächtiges Wetter; Beobachtung summarisch.
8 12 Purpurlicht schon begonnen.
8 15 Schönes Purpurlicht; nicht deutlich abgehoben von dem Hor.-Str.
8 30 Purpurlicht noch vorhanden.
9 — Noch Rötung im Westen.

August 6. Beobachtung ausgeblieben.

August 7.

7 53 (Sonnenuntergang) — Alpen bedeckt.
8 — Noch kein Purpurlicht.
8 12 Purpurlicht begonnen — schöne Gegendämmerung über dem östlichen Wolkenstreifen.
8 20 Schönes, intensives Purpurlicht; am obern, hohen Rande fächerförmig.
8 25 Purpurlicht sinkt, verschmelzt sich in goldenen Tönen mit dem Hor.-Str.
8 30 Ende des Purpurlichtes. Horizont noch goldfarbig.

August 8.

7 52 (Sonnenuntergang) — Alpen partiell bedeckt, im Süd-West kleine Wolkenwand.
8 03 Beginn des Purpurlichtes, ziemlich hoch — schöne Gegendämmerung.
8 08 Mattes Purpurlicht — Gegendämmerung verschwunden.
8 12 Purpurlicht ziemlich schön.
8 17 Purpurlicht matt.
8 20 Purpurlicht fast erloschen; Hor.-Str. matt.
8 30 Hor.-Str. kaum noch mattgelb.

August 9.—10. Bedeckt oder bewölkt; geringe Rötung am 10. August.

August. 11. Schöner Sonnenuntergang hinter einer Wolkenwand im Westen. Prächtige Aureole; Andeutungen eines bräunlichen Randes (Bishop'scher Ring?). — Unbedeutendes Purpurlicht.

August 12. Bedeckt.

August 13. Partiell bewölkt. Zeitweise geringe Rötung wahrgenommen.

August 14.—19. Bewölkt.

August 20. Partiell bewölkt. 7.50 bis 8 Uhr schöne Purpurrötung hinter den Cumuli des West-Horizontes. — Alpen. klar, aber im Schatten.

August 21. Unvollkommene Beobachtung.
Im Westen Wolkenwand und daneben Cumuli.
Dahinter schöne Purpurrötung von 7.50 bis 8 Uhr.

August 22.—24. Bewölkt.

August 25. Bewölkt. Eigentümliche feuerfarbige Rötung hinter den Wolken.

August 26.

7 22 (Sonnenuntergang). Klarer Himmel, aber Alpen bedeckt, im Westen einige dunstartige Streifen.

7 38 Beginn des Purpurlichtes, sehr schwach.

7 40 Purpurlicht nimmt schon ab.

7 50 Letzte Rötung der Hor.-Str.

August. 27.

7 20 (Sonnenuntergang) Himmel überaus klar, aber zarter Duft über den Alpen. Intensive Sonnenaureole; Spuren eines braunen Ringes.

7 13 Gelblich-weisser Hor.-Str. Intensive Aureole darüber, sich gleichsam in den Streifen hineinsenkend. Rand der Aureole graubraun, Berge mattrosa.

7 15 Hor.-Str. gleichmässiger als vorhin; oft scheinen grünliche oder rötliche Nüancen aufzutreten — Stahlgrauer Erdschatten, hinter den Alpen, dieselben ein wenig überragend.

7 24 Hor.-Str. matt, weisslich. Süd-West-Horizont dunstig, schmutzig-rot. Alpen sehr matt, Spitzen noch rosa. — Darüber Erdschatten mit ziemlich breitem rosafarbigem Gegendämmerungsstreifen.

7 30. Purpurlicht tritt auf, schön, deutlich abgehoben über dem mattgelben Hor.-Str. — Berge deutlicher, Spitzen heller rosa schöne, breite Gegendämmerung.

7 33 Intensives Purpurlicht, ziemlich hoch, gut abgehoben — Gegendämmerung nicht mehr sichtbar. Alpen noch rosa.

7 35 Geringe Abnahme des Purpurlichtes.

7 37 Purpurlicht sinkt. — Auf einmal intensive, breite Gegendämmerung, in 2 Hor.-Str. getrennt; oben breit, intensiv, darunter schmaler grauer Streifen, darunter neue Rötung bis hinter die Alpen.

7 40 Purpurlicht verschmelzt sich mit dem goldgelben Hor.-Str.

7 42 Neue Purpurrötung, dunkelviolett, eher ausgedehnter als zuvor, gut abgehoben — Gegendämmerung noch intensiv wie vorhin.
7 44 Purpurlicht nimmt an Intensität zu. Andeutung einer Zerteilung in 2 Fächer.
7 45 Purpurlicht sehr intensiv — Gegendämmerung verschwunden.
7 46 Purpurlicht sinkt — Alpen kaum sichtbar hinter dem graubraunen Dunst, der nach oben gelblich gesäumt ist.
7 48 Purpurlicht sehr tief, aber prächtig violettrot.
7 50 Purpurlicht fast erloschen.
7 52 Noch Andeutung des einen, nach N. geneigten Purpurlichtfächers Hor.-Str. matt.

August 28.

Unvollkommene Beobachtung.
Fast identisch mit der gestrigen; dagegen Alpen klar, aber keine merkbare Gegendämmerung.
7 27 Beginn des Purpurlichtes.
7 37 Erneuerung des Purpurlichtes.
7 50 Ende des Purpurlichtes. — Auch fächerförmige Gestaltung.

Aug. 29. Bewölkt.

Aug. 30. Himmel und Alpen ausserordentlich klar — Beobachtung summarisch 7 30—7 50. Sehr intensives, glänzendes Purpurlicht, sehr ausgedehnt, sich hoch erhebend, deutlich abgehoben von den Hor.-Str. Keinerlei Andeutung von Fächergestalt. Deutliches Herabsinken und Sichverschmelzen mit dem Hor.-Str., der dabei intensiv golden wird. — Die Alpen leuchten noch lange in orangefarbigem Schimmer. — Keine eigentliche Gegendämmerung.

Gegen 8 Uhr: 2. Purpurlicht; dasselbe ist um 8¼ Uhr noch als roter Saum über dem weissgelben Hor.-Str. sichtbar.

Aug. 31.

7 13 (Sonnenuntergang) — Himmel und Alpen sehr klar.
7 15 1. Alpenglühen.
7 20 1. Alpenglühen. Gegendämmerung intensiv und breit.
7 22 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen grau.
7 25 Purpurlicht. — Alpen gelblich.
7 30 Intensives, hellrotes Purpurlicht, hoch. — Alpen hell; deutliche Gegendämmerung.
7 33 Purpurlicht intensiv, fast goldfarbig. — Alpen sehr hell; Gegendämmerung verschwunden.
Beobachtung unterbrochen.
8 10 2. Purpurlicht sichtbar.

Sept. 1.

7 11 (Sonnenuntergang) — Himmel sehr klar; Alpen etwas dunstig.
7 13 1. Alpenglühen.
7 15 Alpen fast völlig erblasst. Gegendämmerung als matter, breiter Streifen.
7 16 Alpen matt grau.
7 18 Alpen matt grau. Erdschatten darüber.
7 20 Beginn des Purpurlichtes.
7 24 Purpurlicht. — Steigender Erdschatten, schöne Gegendämmerung, Alpen gelblich.
7 27 Intensives Purpurlicht, weit ausgedehnt, hoch; orangefarbige Töne Gegendämmerung sehr breit, aber matt. Erdschatten unmerklich.
7 30 Purpurlicht blendend hell, sehr hoch. — Ost-Himmel allgemein gelbrot, Alpen matt gelblichrot.
7 33 Purpurlicht glänzend, senkt sich in den goldenen Hor.-Str. herab.
7 35 Purpurlicht sinkt, Fächerbildung. — Ost-Himmel erblasst.
7 36 Purpurlicht sinkt rasch, mit 4—6 tiefen, fächerförmigen Einschnitten.
7 40 Purpurlicht untergegangen. Hor.-Str. rasch an Glanz verlierend.
8 00 Keine Rötung mehr.

Sept. 2.

7 09 (Sonnenuntergang). — Im O. Cirrostratus, im W. einzelne Cirren.
7 20 Cirren goldig. — Erdschatten hinter den Alpen; Alpen selber matt.
7 22 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen heller, gelblich. Gegendämmerung.
7 25 Schönes, ausgedehntes Purpurlicht; darauf Cirrus. — Alpen rosa. Gegendämmerung matter.
7 27 Sehr schönes Purpurlicht. — Alpen sehr hell. Gegendämmerung fort.
7 30 Sehr schönes Purpurlicht. Cirrus fahlgelb. — Alpen matt.
7 31 Sehr schönes Purpurlicht. Fächerbildung. Fast längs dem Horizont geht ein intensiver grünlich-blauer Strahl, weit gegen Süden sich erstreckend.
7 33 Purpurlicht sinkt. Fächerbildung an der äussersten Peripherie.
7 37 Purpurlicht ist sehr tief.
7 39 Purpurlicht ist untergegangen.
7 40 Graubrauner Dunst an Stelle des Purpurlichtes.
7 44 Hor.-Str. ganz blass.

Sept. 3. Unvollkommene Beobachtung.

7 27 Sinkendes, mattes Purpurlicht.

7 31 Purpurlicht sehr tief.
7 35 Hor.-Str. noch matt gerötet.

Sept. 4.
7 05 (Sonnenuntergang).
7 15 Beginn des Purpurlichtes.
7 20 Mattes, wenig ausgedehntes Purpurlicht.
7 25 Abnahme des Purpurlichtes.
7 30 Purpurlicht ist erloschen.

Sept. 5. Partiell bedeckt. — Rötung hinter den Wolken zwischen 7.15 und 7.25.

Sept. 6. Nicht beobachtet.
Sept. 7. Bedeckt.
Sept. 8. Partiell bewölkt. Rötung hinter den Wolken in ziemlicher Höhe.
Sept. 9.
6 55 (Sonnenuntergang). — Himmel von Cumuli und Cirren erfüllt. Auftreten intensiver Wolkenfärbungen.
7 10 Rötung hinter den Wolken bis in erhebliche Höhe.
7 15 Rötung sinkt.
7 30 Rötung beendet; noch goldfarbige Hor.-Str.
7 37 Horizont unter den Wolken noch goldrot gefärbt. Noch Purpurrötung darüber.
7 53 Noch Andeutungen einer Rötung (2. Purpurlicht) hinter den Wolken.
8 00 Rötung beendet.

Sept. 10. Bewölkt. — Rötung hinter den Wolken.
Sept. 11. West-Himmel abends aufheiternd. Von 7 Uhr an klarer West-Himmel. Nicht die geringste Spur von Rötung; kaum merkbarer matter Hor.-Str.

Sept. 12—17. Bedeckt oder Regen.
Sept. 18. Nicht beobachtet.
Sept. 19.
6 36 (Sonnenuntergang). — Dunstiger Horizont.
6 40 Beginn der Gegendämmerung.
6 45 Beginn des Purpurlichtes.
6 50 Purpurlicht gut entwickelt, aber matt.
6 55 Purpurlicht sinkt.
7 00 Hor.-Str. dunkel purpurrot gefärbt.
7 05 Hor.-Str. kaum rot.

Sept. 20—24. Nicht beobachtet.
Sept. 25. Unvollkommene Beobachtung. Stratuswand am West-Horizont.
7 05 Schwache Rötung des Hor.-Str.
7 15 Matter, aber schöner Purpurschimmer.

7 20 Purpurschimmer noch vorhanden, aber matter.
7 25 Hor.-Str. noch matt rot.

Sept. 26.

6 21 (Sonnenuntergang). — Prächtiges Wetter; Alpen unsichtbar.
6 35 Schönes Purpurlicht. — Gegendämmerung verschwunden; Dunstschicht im O.
6 40 Intensives, helles, hoch aufsteigendes Purpurlicht. Goldnüancen.
6 45 Goldrotes Purpurlicht.
6 47 Goldrotes Purpurlicht, sinkt.
6 49 Purpurlicht intensiv, sehr tief; Fächerbildung.
6 50 Purpurlicht fast untergegangen. Hor.-Str. schmutzig rot.
6 55 Hor.-Str. dunkel, dunstig, am obern Rand mattgelb. Im O. Andeutung einer Rötung über der Dunstschicht.
7 00 Hor.-Str. fast verschwunden. — Später keine Rötung mehr (vgl. damit 25. Sept.).
9 30 Mond geht orangerot glühend unter.

Sept. 27.

6 18 (Sonnenuntergang). — Im O. Wolkenwand; im W. vereinzelte Wolken.
6 31 Beginn des Purpurlichtes, gut abgehoben, matte Hor.-Str.
6 35 Mattes Purpurlicht; Fächerbildung. Die Lage und Intensität der fächerartig ausgebreiteten Streifen ändert sich fortwährend.
6 40 Zwei breite rosafarbige Fächer.
6 44 Purpurlicht erloschen.
6 50 Hor.-Str. nur noch matt.

Sept. 28.

6 16 (Sonnenuntergang). — O. dunstig, im W. feine Wolkenspuren.
6 30 Mattes, nicht ausgedehntes Purpurlicht, nicht abgehoben von dem Hor.-Str.
6 35 Desgleichen, aber ein wenig besser abgehoben.
6 37 Purpurlicht sehr matt und tief.
6 40 Purpurlicht erloschen.
6 50 Hor.-Str. nur noch äusserst matt.

Sept. 29.

6 14 (Sonnenuntergang). — O. dunstig; im W. zahlreiche Cirrocumuli.
6 27 Matte Rötung hinter den Cirrocumuli.
6 30 Purpurlicht deutlich, abgehoben aber matt. Im O. Bergspitzen sichtbar, matt weissgelb.
6 34 Purpurlicht intensiver, senkt sich schon.
6 35 Purpurlicht sinkt rasch hinter grauen Wolkenfetzen.

Sept. 30. Am West-Himmel Wolken in ziemlicher Höhe über dem Horizont. Dahinter keinerlei Spur von Rötung.

Okt. 1. Bewölkt und Regen.

Okt. 2. Unvollkommene Beobachtung. — 6.10 Der West-Himmel ist prächtig klar; zwischen 6.20 und 6.30 zeigt sich ein wenig ausgedehntes, aber gut abgehobenes Purpurlicht, das sich fächerförmig teilt. Die Rötung im W. dauert noch lange an.

Okt. 3—4. Bewölkt.

Okt. 5—8. Nicht beobachtet.

Okt. 9.—13. Bedeckt oder Regen.

Okt. 14.

5 45 (Sonnenuntergang). — Himmel und Alpen ausserordentlich klar.

5 48 West-Himmel wie gewohnt. — Schönes Alpenglühen.

5 50 West-Himmel wie gewohnt. — Alpenspitzen noch glühend.

5 51 West-Himmel wie gewohnt. — Alpen nicht mehr erleuchtet.

5 53 West-Himmel wie gewohnt. — Deutliche Gegendämmerung über den noch gelblichen Alpen.

5 54 Beginn des Purpurlichtes. — Gegendämmerung und Erdschatten sehr gut ausgebildet.

5 57 Purpurlicht gut entwickelt, nicht sehr intensiv, ziemlich hoch. Hor.-Str. goldgelb. — Gegendämmerung matt. Alpen nicht mehr hell.

6 00 Purpurlicht noch recht hell; Auftreten eines matten Fächerstreifens.— Gegendämmerung verschwunden. Alpen rosafarbig.

6 03 Purpurlicht sehr schön. — Alpen deutlich rosafarbig.

6 06 Purpurlicht sinkt; Auftreten schöner Goldnüancen. Fächerstreifen deutlich.

6 08 Purpurlicht sinkt rasch; schöner Fächerstreifen.

6 10 Purpurlicht sehr tief. Alpen noch matt gelblich.

6 11 Purpurlicht erloschen.

Okt. 15.—18. Bewölkt und Regen.

Okt. 19. Nicht beobachtet. — Himmel ausserordentlich klar.

Okt. 20. Unvollkommene Beobachtung. 6.15 bis 6.20 Matter Purpurschimmer.

Okt. 21.

5 33 (Sonnenuntergang). — Einige Bewölkung; kleine Wolkenwand im W. Von 5.10 bis 6.10 keine Spur von Purpurlicht; kaum Andeutung eines matten Hor.-Str.

Okt. 22.—23. Regen.

Okt. 24.

5 27 (Sonnenuntergang). — Schmaler Wolkenstreifen über dem West-Horizont.

5 40 Keinerlei Rötung.

5 50 Schönes, aber sehr wenig hohes Purpurlicht.

6 00 Purpurlicht erloschen.

Okt. 25.—30. Nicht beobachtet.

Nov. 1.—7. Bedeckt.

Nov. 8. Unvollkommene Beobachtung.

5 20 Beginn des Purpurlichtes.

5 35 Ende des Purpurlichtes. Glänzende Hor.-Str. — Alpen lange rötlich.

Nov. 12. Nicht beobachtet.

Nov. 9.—22. Bewölkt, Schnee etc.

Nov. 23.

4 47 (Sonnenuntergang). — Klarer Himmel, klare Alpen; einige Cumuli.

5 00 Beginn des Purpurlichtes. — Alpen weiss; Wolken darüber schön rot.

5 05 Purpurlicht matt, gut abgehoben vom mattgelben Hor.-Str.

5 10 Purpurlicht prachtvoll. — Alpen hellrosa.

5 12 Purpurlicht sinkt, wird noch intensiver.

5 20 Purpurlicht sehr tief, aber noch sehr intensiv, dunkel violettrot.

5 26 Purpurlicht erloschen. Hor.-Str. feuerrot. — Alpen sehr hell, fast glühend.

5 30 Hor.-Str. noch intensiv rot.

5 35 2. Purpurlicht, violett-rot.

5 47 2. Purpurlicht sinkt.

5 53 2. Purpurlicht noch wahrnehmbar.

6 00 2. Purpurlicht erloschen.

Nov. 24.

5 00 Prächtige Wolkenbeleuchtung: zuerst orangefeuerrot, dann purpurrot.

5 10 Wolkenbeleuchtung matt.

5 15 Noch feuerfarbiger Hor.-Str. hinter den Wolken.

Nov. 25.—30. Bewölkt, Nebel.

Dez. 1.—3. Bedeckt.

Dez. 4. Nicht beobachtet, klarer Himmel.

Dez. 5.—6. Bedeckt.

Dez. 7. Partiell bewölkt. Nach 5 Uhr ein Purpurschimmer sichtbar über der Wolkenwand des West-Horizontes.

Dez. 8.—13. Bedeckt.

Dez. 14.—16. Nicht beobachtet.

Dez. 17.—31. Nebel.

1904

Januar Durchwegs neblig und bedeckt. — An allen Tagen, an denen der Himmel abends einigermassen nebelfrei war, zeigte sich doch nicht die geringste Spur eines Purpurlichtes, so z. B. am 9., 10., 18. 24.—28.

Febr. 1.—20. Desgleichen; am 6. Febr. ist der Himmel völlig klar, aber keinerlei Dämmerungserscheinung.

Febr. 21.

6 00 (Sonnenuntergang). — Einige Cumuli im W., sowie feine Cirren. Alpen sichtbar, zeitweise durch Stratus bedeckt.
6 12 Beginn des Purpurlichtes, matt, gut abgehoben. — Schönes Alpenglühen.
6 17 Schönes Purpurlicht, aber nicht sehr ausgedehnt. — Alpen bedeckt.
6 25 Schönes Purpurlicht, sinkt und verschmelzt sich mit dem Hor.-Str.
6 27 Pupurlicht wird dunkler und intensiver, sinkt rasch.
6 40 Hor.-Str. sehr schmal, aber intensiv goldrot.
6 50 Neues, dunkelviolettes Purpurlicht, nicht sehr hoch.
7 05 2. Purpurlicht noch sichtbar, aber matt.

Eine detaillierte Diskussion der vorliegenden Beobachtungen (die der Vollständigkeit halber bis zum neuesten Datum ausgedehnt wurden) scheint noch nicht zweckmässig, da das Material noch zu gering ist. Es sei nur bemerkt, dass im allgemeinen das Auftreten der Dämmerungserscheinungen in hohem Masse mit der Witterungslage verknüpft ist, sodass fast ausnahmslos ein gut entwickeltes Purpurlicht mit hohem Barometerstand und Auftreten einer Anticyclone im westlichen Gebiet (Frankreich, Spanien) zusammenfällt. Das Fehlen des Purpurlichtes bei klarem Himmel weist dagegen meist auf tieferen Barometerstand und bevorstehenden Witterungswechsel hin — oder es ist dann durch Bewölkung oder Nebelbildung in der Gegend des Sonnenunterganges bedingt. — Ein Zusammenhang der intensiveren Dämmerungsphänomene mit den Mondphasen scheint nicht nachweisbar.

Bern, 22. Februar 1904.

C. Friedheim und O. Allemann.

Über Permanganmolybdate.

(Eingereicht den 18. Febr. 1904.)

Durch Untersuchungen von Struve[1]), Péchard[2]), Rosenheim und Itzig[3]) sowie von Friedheim und Samelson[4]) ist eine grössere Reihe von Manganmolybdänverbindungen bekannt geworden, welche mit Chlorwasserstoffsäure übergossen, Chlor entwickeln, also ein höheres Oxyd des Mangans enthalten.

Struve versuchte die Darstellung von den Alaunen analog zusammengesetzten Molybdänverbindungen, welche an Stelle des Schwefelsäurerestes denjenigen der Molybdänsäure enthalten sollten. Er erhielt jedoch durch Behandeln wässeriger Lösungen von Para- oder Trimolybdaten mit den frisch gefällten Oxydhydraten des Aluminiums, Chroms und Eisens Verbindungen von dem allgemeinen Typus:

$$3\,R^{I}_{2}O,\ R^{III}_{2}O_3,\ 12\,MoO_3 + x\,H_2O,$$

wo $R^{I} = K$ oder NH_4; $R^{III} = Fe$, Al, Cr ist.

Bei Anwendung von Manganoxydhydrat entstand kein analog zusammengesetzter, sondern ein Körper von der Formel

$$5\,R^{I}_{2}O,\ Mn_2O_3,\ 16\,MoO_3 + 12\,H_2O$$

$$[R^{I} = K \text{ oder } NH_4].$$

Er erhielt die Verbindung in rubinroten, gut ausgebildeten, glänzenden Kristallen nicht nur beim Kochen einer Lösung von

[1]) Struve. Petersbg. Akad. Ber. 12, 142 und Journ. pr. Chem. (1854) 61. 449.

[2]) Péchard. Compt. rend. 125, 29—31.

[3]) Rosenheim und Itzig. Zeitschr. für anorg. Chemie (1898) Bd. 16 S. 76.

[4]) Friedheim und Samelson. Zeitschr. für anorg. Chemie (1900) Bd. 24 S. 65.

Para- oder Trimolybdaten des Ammoniums oder des Kaliums mit Manganoxydhydrat, sondern auch durch Einleiten von Chlor in die heisse Lösung eines sauren Molybdates unter allmählichem Zusatze von Manganosulfat bis die Intensität der Färbung der gemischten Lösungen nicht mehr zunimmt.

Unter Benutzung anderer Darstellungsmethoden wurde von Péchard eine neue Untersuchung über diese Manganmolybdänverbindungen angestellt.

Péchard wich hierbei von den Struveschen Darstellungsmethoden ab: er liess nämlich auf in Wasser suspendiertes Alkalimanganmolybdat, welches durch Umsetzen von Paramolybdat mit Manganosulfatlösung in der Wärme erhalten worden war, solange Kaliumpermanganat einwirken, bis die violette Färbung vollständig verschwunden war, oder er reduzierte die gemischten Lösungen eines sauren Molybdates und Kaliumpermanganat in der Siedehitze mittelst Alkohol oder Aldehyd und entfernte das ausgeschiedene höhere Oxyd des Mangans durch Filtration.

Nach beiden Methoden erhielt er gut ausgebildete, schön rotgefärbte Kalium- und Ammoniumverbindungen von der allgemeinen Formel:

$$3R_2^{I}O,\ MnO_2,\ 12MoO_3 + xH_2O.$$

Dieses Ergebnis weicht also beträchtlich von dem von Struve erhaltenen ab.

Als aber Rosenheim und Itzig[1]), die Péchard'schen Versuche wiederholten, gelang es ihnen nicht, dessen Resultat zu bestätigen. Als sie nach der erstgenannten Methode arbeiteten, erhielten sie einen Körper:

$$2[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10MoO_3 + 5H_2O$$

und durch Umsetzung desselben mit Kaliumchlorid einen solchen

$$2K_2O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 5H_2O.$$

Da sich somit die von Struve, Péchard, Rosenheim und Itzig erzielten Ergebnisse in verschiedener Hinsicht widersprachen, unterzogen Friedheim und Samelson[2]) sämtliche Methoden einer gründlichen Nachprüfung. Rosenheim und Itzig war es beim Arbeiten nach der Péchard'schen Vorschrift nicht möglich, eine

[1]) l. c.
[2]) l. c.

kaliumfreie Ammoniumverbindung zu erhalten; deshalb suchten Friedheim und Samelson auf anderem Wege sowohl solche, als auch reine Kaliumverbindungen, darzustellen.

Dies gelang ihnen durch die Einwirkung von Wasserstoffdioxyd auf Gemenge von Ammoniumparamolybdat und Manganochlorid, wobei je nach den angewendeten Mengenverhältnissen und der Konzentration des benutzten Wasserstoffdioxydes verschieden zusammengesetzte Körper, die stets mehr oder weniger rot gefärbt sind, erhalten wurden.

Des weitern war es möglich, durch Umsetzung des von Muthmann entdeckten Ammoniumpermolybdates[1]) mit Manganochlorid, gleichfalls eine hierher gehörende, wiederum in der Zusammensetzung abweichende reine Ammoniumverbindung darzustellen.

Bei einzelnen dieser Körper führten die Analysen auf solche Resultate, die scharf zeigten, dass in ihnen nur Mangan in Form von «Dioxyd» vorhanden ist.

So entstand bei Anwendung von 2 ½ % Wasserstoffdioxyd die Verbindung

$$3\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 7\,H_2O,$$

bei solcher von 18 % Wasserstoffdioxyd der Körper

$$2\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3 + 5\,H_2O.$$

In andern Fällen ergab sich folgendes:

Bei der Berechnung des Verhältnisses zwischen disponiblem Sauerstoff und Mangan stellt sich mit aller Schärfe heraus, dass dasselbe ein solches ist, dass die Annahme, in den Körpern sei ein bestimmtes höheres Oxyd des Mangans, wie MnO_2 oder Mn_2O_3 etc. anzunehmen, unstatthaft erscheinen muss: eine rationelle Formel für die Totalzusammensetzung der Körper wird so nicht erhalten.

Wohl aber ist dies möglich, wenn man sämtliche Verbindungen als Derivate des Mangandioxyds betrachtet und die Annahme macht, dass der dieses übersteigende Betrag an Mangan als zweiwertiges Mangan einen Teil des Ammoniums oder Kaliums vertritt.

So entsteht z. B. bei Anwendung von 3 % Wasserstoffsuperoxyd eine Verbindung, die das Verhältnis $MnO : MnO_2 =$

[1]) Muthmann und Nagel. Zeitschr. für anorg. Chemie. Bd. 17 S. 73.

0.021 : 0.05 also weder Mn_2O_3 noch MnO_2 enthält, deren Molekularverhältnisse sich aber wie folgt berechnen:

$$[NH_4]_2O : MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O$$
$$\underbrace{0.172 : 0.02}_{0.192} : 0.05 : 0.539 : 0.42$$
$$4 : 1 : 11 : 8$$

was zu der Formel

$$4\left[[NH_4]_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3 + 8\,H_2O$$
$$[NH_4]_2O : MnO = 8 : 1$$

führt.

Die hier gemachte Annahme muss nun vielfach zur Erklärung der noch weiter unten zu erwähnenden von Friedheim und Samelson beschriebenen Verbindungen herbeigezogen werden und findet sich in den Formeln dadurch ausgedrückt, dass das zweiwertige Mangan sich mit «NH_4 oder K» zusammen in einer eckigen Klammer verzeichnet findet und darunter das Verhältnis, in dem die Einzelelemente zu einander stehen, angegeben wird; so hat z. B. die von Friedheim und Samelson bei Umsetzung des Muthmann'schen Salzes mit Manganochlorid entstehende Verbindung die Formel:

$$4\left[[NH_4]_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3 + 16\,H_2O$$
$$[NH_4]_2O : MnO = 17 : 3.$$

Es wurden von Friedheim und Samelson kaliumfreie Ammoniumverbindungen, welche mit den früher beschriebenen nicht übereinstimmen, von folgender Zusammensetzung erhalten,

$2[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3$

$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$

$4[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3;\ [NH_4]_2O : MnO = 17 : 3$

$4[(NH_4)_2Mn]O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3;\ [NH_4]_2 : MnO = 8 : 1.$

Auch reine Kaliumverbindungen lassen sich auf diesem Wege darstellen, nämlich:

aus Kaliumparamolybdat, Manganochlorid und $2^1/_2$% Wasserstoffdioxyd

$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3 + 3\,H_2O$$

und mit 3% Wasserstoffdioxyd

$$4\,[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3 + 7\,H_2O$$
$$K_2O : MnO = 8 : 1.$$

Somit ist eine ganze Reihe der verschiedensten neuen Körper darstellbar, bei denen auf dieselbe Menge Mangandioxyd, 7, 8, 9, 10 oder 11 Moleküle Molybdäntrioxyd und 2, 3 oder 4 Moleküle Basis kommen, eine bestimmte Beziehung zwischen den drei Komponenten also nicht vorhanden ist.

Der von Friedheim und Samelson gewonnene Körper

$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3 + 3\,H_2O$$

ist bis auf den Wassergehalt identisch mit dem von Rosenheim und Itzig unter anderen oben angeführten Bedingungen gewonnenen; diese Forscher erhielten denselben bei der Umsetzung der Ammoniumverbindung

$2\,[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3$ mit Kaliumchlorid.

«Hierbei tritt — nach Rosenheim und Itzig — einmal ein Übergang von Mn_2O_3 in MnO_2 im Sinne der folgenden Gleichung ein:

$$2\,[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3 + 4\,KCl =$$
$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3 + 4\,NH_4Cl + MnO,\ 2\,MoO_3.$$

Er steht offenbar im Zusammenhange mit den Affinitätsverhältnissen der Bestandteile der Verbindungen, und es hat, sowohl nach diesem wie nach manchen ähnlichen Fällen zu schliessen, fast den Anschein, als ob in den Salzen sehr schwacher komplexer Säuren beim Wechsel des Kations das Anion in seiner Zusammensetzung sich der veränderten Affinität gewissermassen anpasst.»

Demgegenüber machen Friedheim und Samelson auf folgendes aufmerksam:

«Es sei bei den sauren Molybdaten eine häufig beobachtete Erscheinung, dass sie bei Umsetzung mit andern Salzen in andere Sättigungsstufen übergehen. Es sei nur daran erinnert, dass beispielsweise nach den Untersuchungen von Ullik[1]) die Tetramolybdate leicht Trimolybdate ergeben, dass das Ammoniumparamolybdat beim Umsetzen mit Kaliumchlorid umgekehrt in ein stärker saures Salz, nämlich in das Trimolybdat übergeht. Es bleibt also als der Erklärung bedürftig nur der angebliche Wechsel in der Oxydationsstufe und die behauptete Abhängigkeit der Zusammensetzung des Kations von derjenigen des Anions.»

[1]) Ullik, Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wissenschaften 55, 1867 und 57, 1869.

Aus diesem Grunde untersuchten Friedheim und Samelson[1]) des weitern das Verhalten der von ihnen beschriebenen Ammoniumverbindungen gegen Kaliumchlorid und stellten in dieser Hinsicht folgendes fest:

	Es wurde umgesetzt mit Kaliumchlorid	und erhalten die bisher gleichfalls unbekannten Körper
1.	$3\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$ 3 : 1 : 9	$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$ 3 : 1 : 9
	$4\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$ 4 : 1 : 10	$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$ 3 : 1 : 9
3.	Gemenge von Muthmannschem Salz und Manganochlorid	$3\,[K_2[NH_4]_2]O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$ 3 : 1 : 8

Aus diesen Ergebnissen wurden folgende Schlüsse gezogen:

1. Es kann bei der Umsetzung ein Wechsel im Verhältnis des Molybdäntrioxydes zur Basis eintreten, wie dies von Rosenheim und Itzig beobachtet wurde [vgl. 2].

2. Ein solcher Wechsel braucht aber nicht immer einzutreten, sondern die durch Umsetzung entstandene Kaliumverbindung kann der Ammoniumverbindung vollkommen entsprechen [vgl. 3].

3. Ausser der von Rosenheim und Itzig beschriebenen Kaliumammoniumverbindung

$$2\,[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3 + 5\,H_2O$$

existiert noch eine solche

$$3\,R^{I}_{2}O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3 \text{ mit } K : NH_4 = 4 : 1,$$

es kann also auch gleichzeitig Kalium und Ammonium nicht nur, wie Rosenheim und Itzig annehmen, mit Mangansesquioxyd, sondern auch lediglich mit Mangandioxyd verbunden sein.

4. Die von genannten Autoren hervorgehobene Abhängigkeit der Zusammensetzung des Anions von derjenigen des Kations ist nicht allgemein gültig, wie aus der Existenz der Körper

[1]) l. c.

$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$ [siehe 1 und 2]

und $3\,K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$ hervorgeht.

Diese Ergebnisse veranlassten Friedheim und Samelson die von Struve, Péchard sowie Rosenheim und Itzig angestellten Versuche zu wiederholen. Es gelang ihnen mit Sicherheit nachzuweisen, dass die Struveschen Verbindungen die Zusammensetzung

$$3\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

beziehungsweise

$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

besitzen.

Wurde nach den von Péchard sowie von Rosenheim und Itzig angegebenen Darstellungsmethoden gearbeitet, so konnte weder der von ersterem beschriebene Körper

$$3\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 12\,MoO_3,$$

noch der von Rosenheim und Itzig beschriebene

$$2\,[NH_4]_2O,\ K_2O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3$$

erhalten werden, sondern es bildeten sich Verbindungen von folgender Zusammensetzung:

Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
A) Aus $KMnO_4$ und einem Gemenge von $3[NH_4]_2O, 7\,MoO_3 + MnCl_2$	$3\left[[NH_4]_2K_2Mn\right]O, MnO_2, 10\,MoO_3 + 6\,H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn^{II}$ 20 : 2 : 5
Ba) Aus $KMnO_4$ und $[NH_4]_2Mn\,Mo_3O_{11}$ langsam krystallisiert	$3\left[[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 10\,MoO_3 + 10\,H_2O$	10 : 0 : 3
Bb) Wie **Ba)** aber gestört krystallisiert	$3\left[K_2[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 10\,MoO_3 + 10\,H_2O$	12 : 1 : 1
Ca) Aus einem Gemenge von $3[NH_4]_2O, 7\,MoO_3$ und $KMnO_4$*) durch Reduktion mit Alkohol	$4\left[K_2[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 10\,MoO_3 + 5\,H_2O$	20 : 5 : 1
Cb) Wie **Ca)** nur das Molybdat**) im Überschuss	$3\left[[NH_4]_2Mn\right]O, MnO_2, 10\,MoO_3 + 8\,H_2O$	20 : 0 : 1

	$KMnO_4 : 3[NH_4]_2O, 7\,MoO_3$
*) Verhältnis	1 : 6
**) »	1 : 20

Diese Widersprüche klären die Verfasser wie folgt auf: Während Rosenheim und Itzig der von ihnen dargestellten Ammoniumverbindung die Zusammensetzung

$$2\left[(NH_4)_2K_2\right]O,\ Mn_2O_3,\ 10\,MoO_3$$

geben, ist die von Friedheim und Samelson dargestellte:

$$4\left[(NH_4)_2K_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

$$\text{mit } K_2 : [NH_4]_2 : \overset{II}{Mn} =$$

$$5 : 20 : 1$$

erstere also ein Derivat des Mangansesquioxydes, letztere ein solches des Mangandioxydes, welcher Unterschied aber sofort verschwindet, wenn man die oben wiedergegebene Auffassungsweise dieser Verbindung auf die erstere überträgt. Dieselbe stellt sich dann dar als

$$4\left[(NH_4)_2K_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

$$\text{mit } K_2 : [NH_4]_2 : \overset{II}{Mn}$$

$$1 : 1 : 1$$

Überlegungen, in Bezug auf welche auf die genannte Arbeit von Friedheim und Samelson verwiesen werden muss, machen es jedoch wahrscheinlicher, dass der von Rosenheim und Itzig erhaltene Körper die Zusammensetzung

$$2\left[(NH_4)_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$$

gehabt hat, sich also den bei **A**, **Ba** und **Bb** erhaltenen Verbindungen vollständig anreihen würde.

Bezüglich der von Péchard erhaltenen Körperklasse sind sie der Ansicht, dass es sich wahrscheinlich um Körper mit

$$4\left[\overset{I}{R_2}\overset{II}{Mn}\right]O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3$$

gehandelt habe. —

Diese Untersuchungen führen also zu der Erkenntnis, dass unzweifelhaft eine ganze Reihe von Manganimolybdaten existiert, nämlich die folgenden:

$$2\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3$$

$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$$

$$3\left[(NH_4)_2K_2\right]O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$$

$$3\,[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

$$3\,K_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

$3\,[K_2\,Mn]\,O,\ Mn\,O_2,\ 9\,Mo\,O_3$
$3\,[(NH_4)_2\,Mn]\,O,\ Mn\,O_2,\ 10\,Mo\,O_3$ [1])
$4\,[(NH_4)_2\,Mn]\,O,\ Mn\,O_2,\ 10\,Mo\,O_3$
$4\,[(NH_4)_2\,Mn\,K_2]\,O,\ Mn\,O_2,\ 10\,Mo\,O_3$
$4\,[(NH_4)_2\,O,\ Mn\,O_2,\ 11\,Mo\,O_3$
$4\,[K_2\,Mn]\,O,\ Mn\,O_2,\ 11\,Mo\,O_3$.

Nun erscheint es nicht ausgeschlossen, dass noch andere hierhergehörende Körper existieren, da, wie bereits Friedheim und Samelson erwähnen, rote Permanganmolybdänverbindungen gleichfalls entstehen, wenn man:

1. Auf Manganisalze Molybdate einwirken lässt;
2. Gemenge von Molybdaten und Manganochlorid mit Persultaten oxydiert;
3. Gemenge von Molybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure reduziert.

Es war daher zunächst die Aufgabe dieser Arbeit, diese Fragen näher zu studieren.

I. Einwirkung von Manganiacetat auf Ammoniumparamolybdat.

Versetzt man 300 ccm einer 25 % wässerigen Lösung von Ammoniumparamolybdat mit 25 ccm einer 2.8 % Lösung von Manganiacetat[2]) in Eisessig gelöst, so färbt sich das Gemenge zunächst hellgelb. Sobald zum starken Sieden erhitzt wird, wird die vollständig klare Flüssigkeit mehr und mehr rot und nimmt schliesslich einen vollständig rubinroten Farbton an. Beim Erkalten derselben wurden rote, prachtvoll glänzende Rhomboeder erhalten, die abgesaugt, mit wenig kaltem Wasser gewaschen und auf Ton an der Luft getrocknet wurden.

---

[1]) Hier wäre wohl die von Rosenheim und Itzig hergestellte $K\,[NH_4]$ Verbindung einzuschieben.

[2]) Nach Christensen, Zeitschr. für. anorg. Chemie XXI, 164:

5 gr fein gepulvertes $KMnO_4$ werden in trockenem Kolben von 800 ccm Inhalt mit Eisessig übergossen. Die Mischung wird hierauf auf einem Drahtnetze langsam zum Sieden erhitzt bis zum Eintritt der Reaktion, die braune Reaktionsflüssigkeit nochmals aufgekocht und durch Glaswolle abgesaugt. Diese Flüssigkeit enthält das Manganiacetat.

Analysenergebnisse.[1])

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	In Prozenten
1.5314	titriert	9.30 $[NH_4]_2O$
0.8703	»	5.16 MnO_2
0.7093	0.5571 MoO_3	78.54 MoO_3
0.7093	0.0321 Mn_3O_4	4.53 Mn_3O_4 = 5.15 MnO_2

$[NH_4]_2O$: MnO_2 : MoO_3 : H_2O
0.1789 : 0.0593 : 0.5454 : 0.3888
3 : 1 : 9 : 6

	Berechnet für		Gefunden
$3[NH_4]_2O$	156	9.47	9.30
MnO_2	87	5.28	5.16
$9MoO_3$	1296	78.69	78.54
$6H_2O$	108	6.56	7.00 a. d. Diff.
	1647	100.00	

Die Verbindung hat also die Zusammensetzung

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 6H_2O$$

und weicht nur im Wassergehalt von dem aus Ammoniumparamolybdat, Manganochlorid und 2 ½ % Wasserstoffdioxyd erhaltenen Körper

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 7H_2O$$

und dem aus Ammoniumparamolybdat durch Kochen mit manganooxydhaltigem Mangandioxyd erhaltenen

$$3[NH_4]_2O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 8H_2O$$

ab. Der Wassergehalt dieser Körper hängt offenbar sehr von Konzentration und Krystallisationstemperatur der Flüssigkeit ab.

II. Oxydation mit Persulfaten.

A. Einwirkung von Ammoniumpersulfat auf ein Gemenge von Manganochlorid und Ammoniumparamolybdat.

Auf 1500 ccm einer kaltgesättigten 25 % wässerigen Ammoniumparamolybdatlösung liess man 150 ccm einer Lösung von

[1]) In Bezug auf die Analysenmethoden sei auf die Arbeit von Friedheim und Samelson verwiesen. Zeitschr. für anorg. Chemie, Bd. 24 S. 69 u. 70.

Manganochlorid, die im Liter 75 gr wasserfreies Salz enthielt, in der Kälte einwirken.

Die Flüssigkeit färbt sich hierbei zunächst infolge der Bildung eines Manganomolybdates gelb, diese Farbe bleibt auch bestehen, wenn man gleichfalls in der Kälte 150 ccm einer kaltgesättigten Ammoniumpersulfatlösung hinzufügt. Erhitzt man aber das Flüssigkeitsgemisch auf freier Flamme kräftig bis zum Sieden, so färbt sie sich bald unter starker Sauerstoffentwicklung und unter Ausscheidung von saurem Manganomolybdat intensiv dunkelrot. Dasselbe wird abfiltriert, worauf sich bald aus der Mutterlauge gelbrote, glänzende Kristalle ausscheiden, welche abgesaugt, mit wenig kaltem Wasser gewaschen und auf Ton an der Luft getrocknet werden.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozent	Mittel
0.8434	titriert	9.04 $[NH_4]_2O$	9.10 $[NH_4]_2O$
0.5543	»	9.17 »	
0.8454	0.0400 Mn_3O_4	4.79 Mn_3O_4	4.78 $Mn_3O_4 = 5.45\,MnO_2$ = 0.29 MnO
0.5392	0.0257 »	4.77 »	
0.8454	0.6507 MoO_3	77.88 MoO_3	77.86 MoO_3
0.5392	0.4197 »	77.84 »	
0.4903	titriert	5.10 MnO_2	5.09 MnO_2
0.4504	»	5.08 »	

Daraus resultiert das Molekularverhältnis

$[NH_4]_2O$: MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O

0.1750 : 0.0041 : 0.0585 : 0.5407 : 0.4205

0.1791

3 : 1 : 9 : 7

und somit die Formel

$$3\left[[NH_4]_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 7\,H_2O$$

$$[NH_4]_2 : \overset{II}{Mn} = 43 : 1$$

	Berechnet für		Gefunden
$^{105}/_{36}$ $[NH_4]_2O$	151.68	9.11	9.10
$^{2}/_{3}$ MnO	4.73	0.29	0.29
MnO_2	87.00	5.22	5.09
9 MoO_3	1296.00	77.81	77.86
7 H_2O	126.00	7.59	7.62 a. d. Differenz
	1665.41	100.02	

Arbeitet man in der oben beschriebenen Weise, vermindert jedoch den Molybdängehalt um $^{1}/_{4}$, so verläuft die Reaktion in gleicher Weise, nur wird ein in der Zusammensetzung von voriger Verbindung etwas abweichender Körper erhalten.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.6141	titriert	9.13 $[NH_4]_2O$	9.03 $[NH_4]_2O$
0.6223	»	8.92 »	
0.8706	0.0412 Mn_3O_4	4.73 Mn_3O_4	4.75 Mn_3O_4 = 5.41 MnO_2 = 0.21 MnO
0.8416	0.0401 »	4.77 »	
0.8706	0.6862 MoO_3	78.82 MoO_3	78.72 MoO_3
0.8416	0.6618 »	78.62 »	
0.5049	titriert	5.15 MnO_2	5.15 MnO_3
0.3734	»	5.14 »	

Hieraus ergibt sich das Molekularverhältnis

$[NH_4]_2O$	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1737	:	0.0029	:	0.0590	:	0.5465	:	0.3806
0.1766								
3	:	1	:	9	:	6		

und somit die Formel

$$3\left[[NH_4]_2Mn\right]O,\ MnO_2,\ 9MoO_3 + 6H_2O$$

II

$$[NH_4]_2 : Mn = 60 : 1$$

	Berechnet für		Gefunden
$3\ ^{60}/_{61}\ [NH_4]_2O$	153.44	9.31	9.03
$3\ ^{1}/_{61}\ MnO$	3.49	0.38	0.21
MnO_2	87.00	5.28	5.15
$9MoO_3$	1296.00	78.64	78.72
$6H_2O$	108.00	6.55	6.90 a. d. Differenz
	1647.93	100.16	

B. Einwirkung von Kaliumpersulfat auf ein Gemenge von Manganochlorid und Kaliumparamolybdat.

Da sich die Lösung des Kaliumparamolybdates sehr leicht unter Abscheidung von schwerlöslichem Trimolybdat zersetzt, so verfährt man am zweckmässigsten folgendermassen:

In 1 l Wasser von 70—80° werden allmählich unter Umrühren 30 gr Kaliumparamolybdat gelöst, wobei keine sichtbare Zersetzung stattfindet. Sofort werden sodann 100 ccm einer Manganochloridlösung, die im Liter 79.61 gr wasserfreies Salz enthält, hinzugefügt, wobei wieder nur Hellgelbfärbung auftritt. Nach Zusatz von 350—400 ccm einer kaltgesättigten Lösung von Kaliumpersulfat wird wieder stark zum Sieden erhitzt, wobei die Farbe der Lösung mehr und mehr dunkelgelb wird. Sobald an der Oberfläche Kristallbildung eintritt, wird abfiltriert, worauf aus der dunkelgelben Lösung sich sofort schwerlösliche, goldgelbe mikroskopische Kristalle abscheiden. Diese werden von der noch 60—70° warmen Mutterlauge abgesaugt und an der Luft getrocknet.

Beim weitern Abkühlen der Lösung scheidet sich sodann weisses, voluminöses Kaliumtrimolybdat aus.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.5635	0.1594 K_2SO_4	15.39 K_2O	15.33 K_2O
0.6294	0.1787 »	15.35 »	
0.4285	0.0208 Mn_3O_4	4.85 Mn_3O_4	4.80 Mn_3O_4 = 5.44 MnO_2 = 0.44 MnO
0.4984	0.0237 »	4.76 »	
0.4285	0.3127 MoO_3	73.15 MoO_3	73.33 MoO_3
0.4984	0.3635 »	73.52 »	
0.3963	titriert	4.93 MnO_2	4.90 MnO_2
0.4501	»	4.86 »	

Es ergibt sich demnach das Molekularverhältnis:

K_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1630	:	0.0062	:	0.0566	:	0.5092	:	0.3282
		1692						
3	:	1	:	9	:	6		

und die Formel

$$3\,[K_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 6\,H_2O$$

$$K_2 : \overset{II}{Mn} = 24{,}5 : 1.$$

	Berechnet für		Gefunden
$^{49}/_{17}$ K_2O	270.94	15.34	15.33
$^{2}/_{17}$ MnO	8.35	0.46	0.44
MnO_2	87.00	4.91	4.91
9 MoO_3	1296	73.21	73.33
6 H_2O	108	6.10	5.93 a. d. Diff.
	1770.29	100.02	

C. Einwirkung von Kaliumpersulfat auf eine Mischung von Manganochlorid und Ammoniumparamolybdat.

Man versetzte in der Kälte 500 ccm einer 25 % wässerigen Ammoniumparamolybdatlösung mit 50 ccm Manganochloridlösung, die im Liter 79.61 gr wasserfreies Salz enthält, fügte zur Oxydation 200 ccm einer kaltgesättigten Kaliumpersulfatlösung hinzu, worauf zum Sieden erhitzt wurde. Aus der klaren noch heissen Lösung schied sich ein goldgelbes, mikrokristallinisches Pulver aus, welches sofort abgesaugt wurde [I. Anschuss].

Nachdem sich die Mutterlauge auf Zimmertemparatur abgekühlt hatte, schied sich ein etwas dunkler gefärbtes Produkt ab [II. Anschuss]. Die von diesem durch Absaugen getrennte Mutterlauge ergab nach 24 stündigem Stehen einen weitern Anschuss von dunkelroten Kristallen [III. Anschuss].

Analysenergebnisse.

	Anschuss	Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
Der **I. und II. Anschuss** erwiesen sich als identisch, wie aus folgenden Analysenergebnissen hervorgeht	I	0.5385	titriert	9.11 $[NH_4]_2O$	9.17 $[NH_4]_2O$
	II	0.7003	»	9.23 »	
	I	0.7447	0.0141 K_2SO_4	1.02 K_2O	1.15 K_2O
	II	0.4457	0.0098 »	1.19 »	
	I	0.6349	0.0302 Mn_3O_4	4.76 Mn_3O_4	4.88 Mn_3O_4 = 5.56 MnO_2 = 0.28 Mn O
	II	0.4933	0.0247 »	5.01 »	
	I	0.6349	0.4985 MnO_3	76.73 MoO_3	76.77 MoO_3
	II	0.4933	0.3789 »	76.81 »	
	I	0.3449	titriert	5.23 MnO_2	5.22 MnO_2
	II	0.3430	»	5.21 »	
III. Anschuss		0.3993	titriert	9.12 $[NH_4]_2O$	9.18 $[NH_4]_2O$
		1.1650	»	9.23 »	
		0.6967	0.0330 Mn_3O_4	4.74 Mn_3O_4	4.83 Mn_3O_4 = 5.51 MnO_2 = 0.16 Mn O
		0.8545	0.0421 »	4.93 »	
		0.3849	0.3041 MoO_3	79.01 MoO_3	78.94 MoO_3
		0.5598	0.4413 »	78.88 »	
		0.3849	titriert	5.33 MnO_2	5.31 MnO_2
		0.5598	»	5.32 »	

Molekularverhältnisse:

Anschuss I u. II: $[NH_4]_2O$: K_2O : MnO : MnO_2 : MoO_3 : H_2O

$0.1763 : 0.0122 : 0.0039 : 0.006 : 0.5331 : 0.3972$

0.1924

$3 : 1 : 9 : 7$

Anschuss III: $0.1770 : 0 : 0.0022 : 0.061 : 0.5482 : 0.3538$

0.1792

$3 : 1 : 9 : 6$

			Berechnet für		Gefunden
I. und II. Anschuss	$3\left[(NH_4)_2K_2, Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn = 45 : 3 : 1$	$^{54}/_{19}[NH_4]_2O$	153.47	9.10	9.17
			$^{4}/_{19}K_2O$	19 79	1.17	1.15
			$^{1}/_{19}MnO$	3.73	0.22	0.28
			MnO_2	87	5.18	5.22
			$9MoO_3$	1296	76.87	76.77
			$7H_2O$	126	7.47	7.35 a. d. Diff.
				1685.99	100.01	
III. Anschuss	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	$[NH_4]_2 : Mn = 81 : 1$	$3.\,^{81}/_{82}[NH_4]_2O$	154.09	9.35	9.18
			$3.\,^{1}/_{82}MnO$	2.63	0.16	0.16
			$1\,MnO_2$	87	5.28	5.31
			$9MoO_3$	1296	78.65	78.94
			$6H_2O$	108	6.55	6.37 a. d. Diff.
				1647.72	99.99	

Übersicht über die Ergebnisse dieses Abschnittes.

Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
		$[NH_4]_2 : K_2 : Mn$
A) Aus $[NH_4]_6Mo_7O_{24}$ und $MnCl_2$ durch Oxydation mit $[NH_4]_2S_2O_8$	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	$43 : 0 : 1$
B) Wie A) nur Molybdat um $^1/_4$ vermindert	$3\left[(NH_4)_2Mn\right]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	$60 : 0 : 1$

Darstellungsmethoden	Formeln	Verhältnis der basischen Bestandteile
C) Aus $[NH_4]_6 Mo_7 O_{24}$ und $Mn Cl_2$ mit $K_2 S_2 O_8$ oxydiert	$3\left[[NH_4]_2 K_2 Mn\right] O, MnO_2, 9 MoO_3 + 7 H_2 O$	45 : 3 : 1
Ca) Aus der Mutterlauge von **C)** auskristallisiert	$3\left[[NH_4]_2 Mn\right] O, Mn O_2, 9 Mo_3 O + 6 H_2 O$	81 : 0 : 1
D) Aus $K_6 Mo_7 O_{24}$ und $Mn Cl_2$ mit $K_2 S_2 O_8$ oxydiert	$3\left[K_2 Mn\right] O, Mn O_2, 9 Mo O_3 + 6 H_2 O$	0 : 24.5 : 1

Bei der Oxydation mit Persultaten werden also durchwegs zu derselben Reihe gehörende Körper erhalten.

III. Reduktion von Gemischen von Paramolybdaten und Kaliumpermanganat mit schwefliger Säure.

A. Mit wässeriger schwefliger Säure.

309 gr Ammoniumparamolybdat ($[NH_4]_6 Mo_7 O_{24} + 4$ aq.) in bei 70—80° gesättigter wässeriger Lösung wurden mit einer bei derselben Temperatur gesättigten wässerigen Lösung von 55 gr Kaliumpermanganat versetzt und unter Aufrechterhaltung dieser Temperatur, solange wässerige schweflige Säure hinzugegeben, bis die ursprüngliche Färbung des Permanganates verschwunden und ein orangeroter Farbton eingetreten war.

Bei geringem Abkühlen schieden sich aus dieser Lösung sofort orangerote, kleine gut ausgebildete Kristalle aus, während die darüber stehende Lösung schliesslich nur noch ganz schwach rot gefärbt war. Sie ergab beim Eindampfen weisse Nadeln, d. h. saures Molybdat, welches nicht weiter untersucht wurde.

Zusammensetzung des Körpers.

Das abgesaugte mit wenig Wasser gewaschene, lufttrockene, rote Produkt hatte die Zusammensetzung:

$$3\left[[NH_4]_2 K_2 Mn\right] O, Mn O_2, 9 Mo O_3 + 7 H_2 O$$

$$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn} = 70 : 34 : 3$$

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Gefunden in Prozenten	Mittel
0.8776	titriert	6.10 $[NH_4]_2O$	6.08 $[NH_4]_2O$
0.9293	»	6.07 »	
1.0287	0.0960 K_2SO_4	5.04 K_2O	5.32 K_2O
0.7314	0.0762 »	5.59 »	
1.1029	0.8333 MoO_3	75.68 MoO_3	75.87 MoO_3
0.5131	0.3902 »	76.06 »	
0.3656	titriert	5.08 MnO_2	5.07 MnO_2
0.3891	»	5.06 »	
1.1029	0.0536 Mn_3O_4	4.86 Mn_3O_4	4.81 Mn_3O_4 = 5.50 MnO_2 = 0.34 MnO
0.5131	0.0245 »	4.77 »	

Molekularverhältnisse.

$[NH_4]_2O$	:	K_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1169	:	0.0566	:	0.0048	:	0.0583	:	0.5268	:	0.4061
		0.1783								
		3			:	1	:	9	:	7

	Berechnet für		Gefunden
$^{35}/_{18}$ $[NH_4]_2O$	101.11	5.95	6.08
$^{17}/_{18}$ K_2O	88.80	5.23	5.32
$^{3}/_{36}$ MnO	5.94	0.35	0.34
MnO_2	87.00	5.10	5.07
9 MoO_3	1296.00	76.01	75.82
7 H_2O	126.00	7.39	7.39 a. d. Diff.
	1075.89	100.06	

Auch dieser Körper gehört also derselben Reihe wie die oben beschriebenen Verbindungen an.

Umkristallisation des Körpers.

Für die Beurteilung der Natur der vorliegenden Verbindungen ist die Beständigkeit des als «sauer» zu betrachtenden Gesamtkomplexes $MnO_2, 9MoO_3$ von Interesse und da hier, im Gegensatze zu den Ergebnissen früherer Versuche, grössere Mengen des Ausgangsproduktes mit Leichtigkeit erhalten werden konnten, war es möglich, durch Umkristallisation und Untersuchung der einzelnen Anschüsse festzustellen, ob überhaupt, und eventuell in welchem Sinne, eine derartige Verschiebung eintrete. Aus diesem Grunde wurde eine grössere Menge des Körpers in Wasser von 70—80° gelöst und die sich nach einander ausscheidenden Fraktionen untersucht.

Analysenergebnisse.

	Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente
Fraktion 1	0.7381	titriert	5.48 $[NH_4]_2O$
	0.7465	0.0936 K_2SO_4	6.77 K_2O
	0.7026	0.0347 Mn_3O_4	4.94 Mn_3O_4 = 5.63 MnO_2 = 0.49 MnO
	0.7026	0.5372 MoO_3	76.46 MoO_3
	0.3377	titriert	5.03 MnO_2
Fraktion 2[1]	0.7467	titriert	5.74 $[NH_4]_2O$
	1.1070	0.0931 K_2SO_4	4.54 K_2O
	0.4678	0.0230 Mn_3O_4	4.86 Mn_3O_4 = 5.54 MnO_2 = 0.42 MnO
	0.4078	0.3598 MoO_3	76.91 MoO_3
	0.3377	titriert	5.02 MnO_2
Fraktion 4	a. 0.8309	titriert	8.58 $[NH_4]_2O$ = 8.53 $[NH_4]_2O$
	b. 0.4000	»	8.48 »
	a. 1.2374	0.0623 Mn_3O_4	5.03 Mn_3O_4 = 4.93 Mn_3O_4 = 5.64 MnO_2 = 0.42 MnO
	b. 0.7351	0.0358 »	4.87 Mn_3O_4
	a. 1.2374	0.9702 MoO_3	78.40 MoO_3 = 78.34 MoO_3
	b. 0.2864	0.2342 »	78.28 »
	a. 0.5355	titriert	5.23 MnO_2 = 5.12 MnO_2
	b. 0.2864	»	5.01 »

[1]) Fraktion 2 und 3 sind identisch.

Molekularverhältnisse:

	$[NH_4]_2O$	:	K_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
Fraktion 1.	0.1054	:	0.072	:	0.0070	:	0.0578	:	0.5309	:	0.3144
			0.1844								
			3			:	1	:	9	:	6
Fraktion 2.	0.1106	:	0.0483	:	0.0071	:	0.0577	:	0.5341	:	0.3944
			0.1660								
			3			:	1	:	9	:	6
Fraktion 4.	0.1640	:	0	:	0.0059	:	0.0588	:	0.5440	:	0.4161
			0.1699								
			3			:	1	:	9	:	7

Daraus resultieren die Formeln:

Verhältnis der Basen		Berechnet für			Gefunden	
Anschuss 1	$3[[NH_4]_2K_2Mn]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn =$ 63 : 42 : 4 15.7 : 10.5 : 1	$3\frac{21}{37}[NH_4]_2O$	86.40	5.11	5.48
			$3\frac{14}{37}K_2O$	106.72	6.31	6.77
			$^4/_{37}$ MnO	7.89	0 47	0.49
			MnO_2	87	5.14	5.03
			9 MoO_3	1296	76.59	76.46
			6 H_2O	108	6.38	5.77 a. d. Diff.
				1692.01	100.00	
Anschuss 2	$3[[NH_4]_2K_2Mn]O, MnO_2, 9MoO_3 + 6H_2O$	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn =$ 33 : 15 : 2 16.5 : 7.5 : 1	$3 \cdot \frac{11}{17}[NH_4]_2O$	100.94	5.99	5.74
			$3 \cdot \frac{5}{17}K_2O$	82.91	4.92	4.54
			$^2/_{17}$. MnO	8.35	0.49	0.52
			MnO_2	87	5.17	5.02
			9 MoO_3	1296	77.00	76.91
			6 H_2O	108	6.42	7.27 a. d. Diff.
				1683.21	99.99	

Verhältnis der der Basen		Berechnet für			Gefunden
Anschuss 4	$[NH_4]_2 : K_2 : Mn = 27{,}3 : 0 : 1$	$3\frac{31}{34}[NH_4]_2O$	142.23	8.57	8.53
$3[(NH_4)_2Mn]O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$		$\frac{2}{17}MnO$	8.35	0.50	0.42
		MnO_2	87.00	5.24	5.12
		$9 . MoO_3$	1296.00	78.09	78.34
		$7 . H_2O$	126.00	7.60	7.58 a. d. Diff.
			1659.58	100.00	

Diese Ergebnisse lassen erkennen, dass bei der fraktionierten Umkristallisation des Körpers:

1. Das Verhältnis von Mangandioxyd zu Molybdäntrioxyd keine Verschiebung erleidet, der saure Gesamtkomplex also unter den geschilderten Bedingungen sehr beständig ist.
2. Die Acidität des sauren Gesamtkomplexes unverändert bleibt.
3. Eine Verschiebung des Verhältnisses der basischen Bestandteile zu einander in dem Sinne stattfindet, dass die ersten Anschüsse kaliumreicher werden, der letzte jedoch kaliumfrei wird.
4. Die Verbindung sich demnach in der Tat wie eine «isomorphe» Mischung eines Ammonium- Kalium- und Manganosalzes eines beständigen sauren Komplexes $MnO_2 \cdot 9MoO_3$ verhält.
5. Dass infolge des geringen Löslichkeitsunterschiedes der Ammoniumverbindung und Manganverbindung dieses sauren Complexes die Darstellung eines alkalifreien Manganopermanganimolybdates auf diesem Wege nicht gelingt.
6. Es konnte des weitern festgestellt werden, dass mit Steigerung des Ammoniumgehaltes eine intensivere Dunkelfärbung der verschiedenen Anschüsse stattfindet.

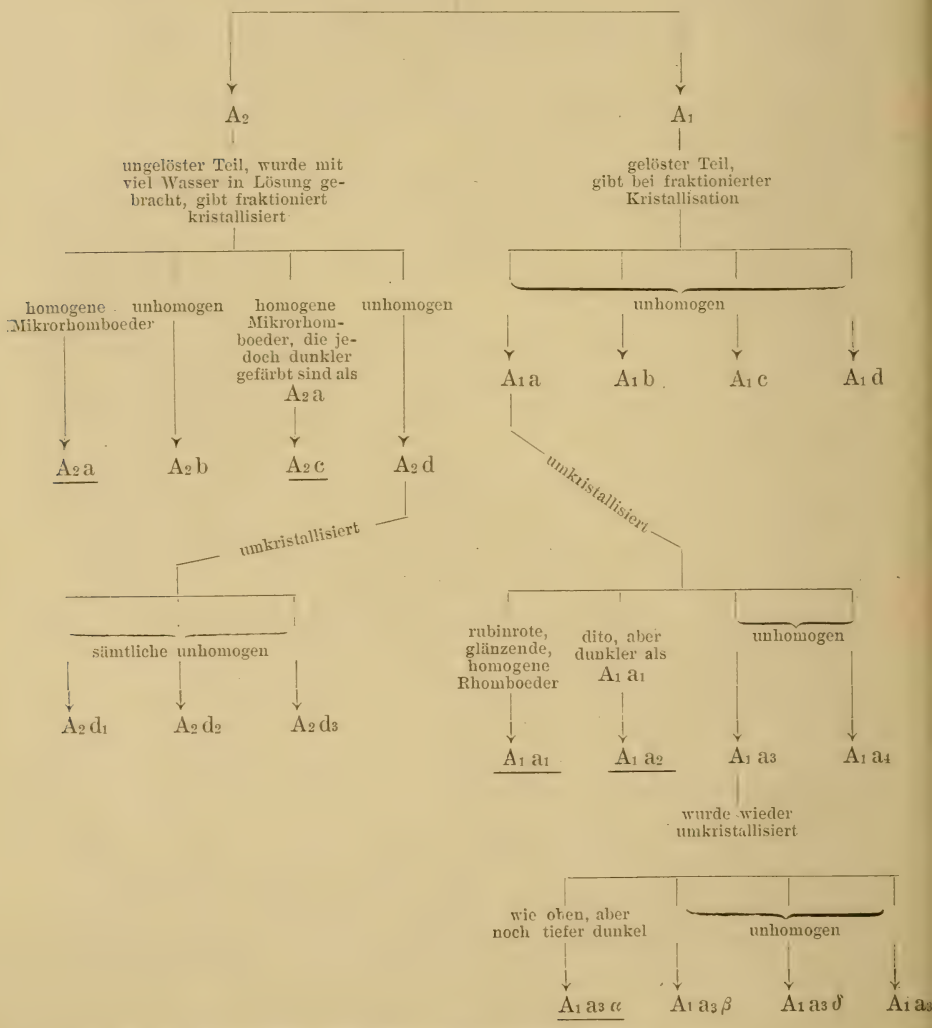
B. Mit gasförmigem Schwefeldioxyd.

Arbeitet man im übrigen unter den auf Seite 39 beschriebenen Bedingungen, benutzt aber zur Reduktion des Gemenges von Ammoniumparamolybdat und Kaliumpermanganat, gasförmiges Schwefeldioxyd, so bleibt die Konzentration des Gemenges

natürlich erhalten und es scheidet sich hier sofort das Reaktionsprodukt als mikrokristallinischer, dunkelbrauner Niederschlag aus.

Bei mikroskopischer Untersuchung erwies sich derselbe jedoch als nicht ganz rein und wurde deswegen aus bei 70° gesättigter Lösung umkristallisiert, wobei nach folgendem Schema gearbeitet wurde:

Das Ausgangsmaterial A**) besteht hauptsächlich aus sternförmig angeordneten, rhombischen Kristallaggregaten, die, bei gleichmässiger Dicke, bald hell, bald dunkelrot gefärbt und mit weissen Nadeln untermischt sind. Es wird mit einer zur vollständigen Lösung ungenügenden Menge siedenden Wassers behandelt und ergibt:



**) Nur die unterstrichenen homogenen Anschüsse wurden analysiert.

Die Ergebnisse finden sich in den folgenden Tabellen zusammengestellt, in welchen die Fraktionen nach dem Grade ihrer Löslichkeit aufeinander folgen.

Analysenresultate.

	Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
Fraktion A_2a	0.9993	titriert	4.29 $[NH_4]_2O$	4.28 $[NH_4]_2O$
	0.5989	»	4.27 »	
	0.7306	0.1205 K_2SO_4	8.90 K_2O	9.05 K_2O
	0.6666	0.1136 »	9.21 »	
	1.2418	0.0525 Mn_3O_4	4.22 Mn_3O_4	4.44 Mn_3O_4 = 5.06 MnO_2
	2.9514	0.1374 »	4.66 »	
	1.2418	0.9304 MoO_3	74.92 MoO_3	75.16 MoO_3
	0.8313	0.6268 »	75.40 »	
	0.6937	titriert	5.06 MnO_2	5.05 MnO_2
	0.4771	»	5.04 »	
Fraktion A_2C	0.7754	titriert	7.03 $[NH_4]_2O$	7.03 $[NH_4]_4O$
	0.7206	0.0640 K_2SO_4	4.79 K_2O	4.79 K_2O
	0.4718	titriert	5.02 MnO_2	5.02 MnO_2
	0.9625	0.0431 Mn_3O_4	4.47 Mn_3O_4	4.47 Mn_3O_4 = 5.02 MnO_2
	0.9625	0.7397 MoO_3	76.85 MoO_3	76.85 MoO_3
Fraktion A_1a_1	0.7428	titriert	4.62 $[NH_4]_2O$	4.60 $[NH_4]_2O$
	0.3733	»	4.59 »	
	0.5352	0.0917 K_2SO_4	9.25 K_2O	9.27 K_2O
	1.2177	0.2094 »	9.29 »	
	0.5972	titriert	5.07 MnO_2	5.00 MnO_2
	1.0676	»	4.94 »	
	1.2177	0.0526 Mn_3O_4	4.32 Mn_3O_4	4.40 Mn_3O_4 = 5.02 MnO_2
	0.8407	0.0377 »	4.48 »	
	0.8642	0.6534 MoO_3	75.60 MoO_3	75.50 MoO_3
	0.8407	0.6339 »	75.40 »	

	Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
Fraktion $A_1 a_2$	0.6482	titriert	4.96 $[NH_4]_2O$	4.96 $[NH_4]_2O$
	0.7092	0.1170 K_1SO_4	8.92 K_2O	8.92 K_2O
	0.7986	titriert	5.12 MnO_2	5.12 MnO_2
	0.7086	0.0318 Mn_3O_4	4.48 Mn_3O_4	4.48 Mn_3O_4 = 5.11 MnO_2
	0.7086	0.5351 MoO_3	75.51 MoO_3	75.51 MoO_3
Fraktion $A_1 a_3 \alpha$	1.2216	titriert	6.23 $[NH_4]_2O$	6.23 $[NH_4]_2O$
	0.6624	0.0642 K_2SO_4	5.23 K_2O	5.23 K_2O
	0.6995	titriert	5.03 MnO_2	5.03 MnO_2
	0.8471	0.0371 Mn_3O_4	4.37 Mn_3O_4	4.37 Mn_3O_4 = 4.98 MnO_2
	0.8471	0.6535 MoO_3	77.14 MoO_3	77.14 MoO_3

Molekularverhältnisse:

	$[NH_4]_2O$	K_2O	MnO	MnO_2	MoO_3	H_2O
Fraktion $A_2 a$:	0.0823	0.0964	0	0.0580	0.5220	0.350
		0.1787				
		3	:	1 : 9		: 6
Fraktion $A_2 c$:	0.1352	0.0510	0	0.0577	0.5336	0.356
		0.1862				
		3	:	1 : 9		: 6
Fraktion $A_1 a_1$:	0.0880	0.099	0	0.0575	0.524	0.3045
		0.1870				
		3	:	1 : 9		: 6
Fraktion $A_1 a_2$:	0.0954	0.0949	0	0.0592	0.5243	0.314
		0.1903				
		3	:	1 : 9		: 6
Fraktion $A_1 a_3 \alpha$:	0.120	0.0559	0	0.0578	0.5356	0.360
		0.1759				
		3	:	1 : 9		: 6

		Berechnet für		Gefunden
Fraktion A_2a	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn}$ 12 : 15 : 0			
	$^{12}/_{9}\,[NH_4]_2O$	69.30	4.05	4.28
	$^{15}/_{9} \cdot K_2O$	156.60	9.12	9.06
	MnO_2	87.00	5.06	5.05
	$9\,MoO_3$	1296	75.53	75.16
	$6\,H_2O$	108	6.29	6.45 a. d. Diff.
		1716.9	100.04	
Fraktion A_2C	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn}$ 60 : 21 : 0			
	$^{60}/_{27}\,[NH_4]_2O$	115.5	6.87	7.03
	$^{21}/_{27}\,K_2O$	73.1	4.35	4.79
	MnO_2	87.00	5.18	5.02
	$9\,MoO_3$	1296.00	77.16	76.85
	$6\,H_2O$	108	6.43	6.31 a. d. Diff.
		1679.6	99.99	
Fraktion A_1a_1	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn}$ 24 : 27 : 0			
	$^{24}/_{17}\,[NH_4]_2O$	73.4	4.05	4.60
	$^{27}/_{17}\,K_2O$	149.3	9.06	9.27
	MnO_2	87.0	5.06	5.00
	$9\,MoO_3$	1296	75.53	75.50
	$6\,H_2O$	108	6.25	5.66 a. d. Diff.
		1713.7	99.95	
Fraktion A_1a_2	$[NH_4]_2 : K_2 : \overset{II}{Mn}$ 3 : 3 : 0			
	$^{3}/_{2}\,[NH_4]_2O$	78.00	4.56	4.96
	$^{3}/_{2}\,K_2O$	141.00	8.24	8.92
	MnO_2	87.00	5.20	5.15
	$9\,MoO_3$	1296	75.76	75.51
	$6\,H_2O$	108	6.02	5.46 a. d. Diff.
		1710.00	99.78	

		Berechnet für		Gefunden
Fraktion $A_1 a_3 \alpha$ $[NH_4]_2 : K_2 : Mn$ $45 : 21 : 0$	$^{45}/_{22}\,[NH_4]_2O$	106.4	6.30	6.23
	$^{21}/_{22}\,K_2O$	89.7	5.32	5.23
	MnO_2	87	5.15	5.03
	$9\,MoO_3$	1296	76.82	77.14
	$6\,H_2O$	108	6.41	6.46 a. d. Diff.
		1687.1	100.00	

Aus diesen Ergebnissen lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen ziehen:

1. Arbeitet man mit der, zweifelsohne intensiver wirkenden gasförmigen schwefligen Säure, so sind die entstehenden Verbindungen auch von dem allgemeinen Typus:

$$3\,R_2^{I}O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3.$$

Es gelingt aber auf diesem Wege, das Manganooxyd vollständig als basisbildenden Bestandteil zu eliminieren.

2. Mit zunehmender Löslichkeit vermindert sich auch der Kaliumgehalt der einzelnen Fraktionen.

Nach ihrer Löslichkeit geordnet, ergab sich nämlich folgendes:

Es verhalten sich

$[NH_4]_2O : K_2O$ in $A_2a = 12 : 15 = 1 : 1.25$
in $A_1a_1 = 24 : 27 = 1 : 1.125$
in $A_1a_2 = \quad\quad 1 : 1$
in $A_1a_3\alpha = 15 : 7 = 1 : 0.47$
in $A_2c = 60 : 21 = 1 : 0.35$

3. Die Beständigkeit des sauren Gesamtkomplexes tritt auch hier wieder deutlich hervor.

IV. Einwirkung von Wasserstoffdioxyd auf ein Gemisch von Natriumparamolybdat und Manganochlorid.

Infolge der leichten Zersetzlichkeit des Natriumparamolybdates in Trimolybdat, ist es am zweckmässigsten, folgendermassen zu verfahren: 70 gr Natriumparamolybdat werden allmählich unter stetigem Rühren in 400 ccm Wasser von 70—80°

gelöst, wobei keine sichtbare Zersetzung stattfindet. Hierauf werden 120 ccm einer Manganochloridlösung, die im Liter 79.61 gr wasserfreies Salz enthält, hinzugefügt, wobei wieder Gelbfärbung der Flüssigkeit eintritt. Nun werden 200 ccm $3^1/_2$ Wasserstoffdioxyd hinzugesetzt und zum starken Sieden erhitzt, wobei sich gelbes Manganomolybdat aus der anfangs vollständig klaren Lösung abscheidet, während die Lösung mehr und mehr einen vollständig dunkelroten Farbton annimmt. In der Siedehitze wird von dem Manganomolybdat abfiltriert und die fast schwarzrote Lösung auf dem Wasserbade zur Sirupkonsistenz eingedampft. Nach dem Abkühlen des Sirupes erstarrte dieser zu einem dunkelroten Kristallbrei. Die Kristalle wurden durch Absaugen von der noch anhaftenden Mutterlauge befreit und auf Ton getrocknet. So dargestellt, erweist sich der Körper als aus dunkelroten, mikroskopischen Rhomboedern bestehend.

Analysenresultate.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.7663	0.1391 Na_2SO_4	4.93 Na_2O	4.88 Na_2O
1.2306	0.2184 »	4.85 »	
1.2306	0.1091 Mn_3O_4	8.86 Mn_3O_4	8.86 Mn_3O_4 = 10.09 MnO_2 = 5.55 MnO
0.5586	0.3943 MoO_3	70.59 MoO_3	70.45 MoO_3
1.2306	0.8652 »	70.30 »	
0.4156	titriert	4.62 MnO_2	4.54 MnO_2
0.7632	»	4.46 MnO_2	

Das Molekularverhältnis ergibt sich zu

Na_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.0787	:	0.0782	:	0.0522	:	0.4892	:	0.865
0.1569								
3	:	1	:	9	:	15		

und somit die Formel

$$3\,[Na_2Mn]O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3 + 15\,H_2O$$

$$Na_2 : \overset{II}{Mn} = 1 : 1.$$

	Berechnet für		Gefunden
$^3/_2 Na_2O$	93	5.02	4.88
$^3/_2 MnO$	106.5	5.75	5.55
MnO_2	87	4.69	4.54
$9 MoO_3$	1296	69.95	70.45
$15 H_2O$	270	14.58	14.58 a. d. Diff.
	1852.5	99.99	

Diese Verbindung ist also ein Natriummanganomanganimolybdat, welches bislang unbekannt war, da Péchard[1]) lediglich die Verbindung $3 Na_2O, MnO_2, 12 MoO_3 + 13 H_2O$ beschreibt, deren Existenz aber ebenfalls aus den von Friedheim und Samelson[2]) angegebenen Gründen zu bezweifeln ist.

Umsetzung von Natriummanganomanganimolybdat $3[Na_2Mn]O, MnO_2, 9MoO_3 + 15 H_2O$ mit Kaliumchlorid.

5 gr der Natriumverbindung wurden in Wasser zu einer 10 % Lösung aufgelöst und mit 25 ccm einer 10 % Kaliumchloridlösung versetzt. Nach 15 stündigem Stehen wurden die ausgeschiedenen orange-gelben mikrokristallischen Kristalle von der fast farblosen Mutterlauge getrennt und auf Ton getrocknet.

Analysenergebnisse.

Angewandte Substanz in gr	Gefunden in gr	Prozente	Mittel
0.4279	0.1113 gr K_2SO_4	13.48 K_2O	13.38 K_2O
0.4279	0.0254 Na_2SO_4	2.73 Na_2O	
0.5375	0.1604 $K_2SO_4 + Na_2SO_4$	13.28 K_2O	2.79 Na_2O
	= 0.2230 $BaSO_4$ (indirekt)	2.86 Na_2O	
0.4279	0.0238 Mn_3O_4	5.56 Mn_3O_4	5.43 Mn_3O_4 = 6.25 MnO_2 = 0.64 MnO
0.9740	0.0516 »	5.30 »	
0.4279	0.3152 MoO_3	73.33 MoO_3	73.19 MoO_3
0.9740	0.7115 »	73.05 »	
0.2592	titriert	5.45 MnO_2	5.44 MnO_2
0.3169	»	5.43 »	

[1]) Péchard. Vgl. Dammer, Handbuch d. anorg. Chemie, Ergänzungsband S. 938.
[2]) Friedheim und Samelson. Zeitschrift für anorg. Chemie Bd. 24 S. 109.

Das Molekularverhältnis ist also:

K_2O	:	Na_2O	:	MnO	:	MnO_2	:	MoO_3	:	H_2O
0.1422	:	0.045	:	0.0103	:	0.0625	:	0.5088	:	0.2533
				0.1950						
				3	:	1	:	8	:	4

und die Formel

$$3\,[K_2Na_2Mn]O,\ MnO_2,\ 8MoO_3 + 4H_2O$$

$$K_2 : Na_2 : \overset{II}{Mn} = 14 : 4.5 : 1$$

	Berechnet für		Gefunden
$3\,{}^{14}/_{19}\,K_2O$	207.8	13.21	13.38
${}^{13}/_{19}\,Na_2O$	42.41	2.70	2.79
${}^{3}/_{19}\,MnO$	11.21	0.71	0.64
MnO_2	87	5.53	5.44
$8\,MoO_3$	1152	73.22	73.19
$4\,H_2O$	72	4.58	4.56 a. d. Diff.
	1572.42	99.95	

Auch diese Verbindung war bislang unbekannt.

V. Physikalischer Teil.

Bereits von Friedheim und Samelson[1]) ist darauf hingewiesen worden, dass in der Zusammensetzung der Permanganmolybdate äusserst auffällige Regelmässigkeiten auftreten.

Wir kennen nunmehr die folgenden Reihen:

$2\,R_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3$
$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$
$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$
$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$
$4\,R_2O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$
$4\,R_2O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3,$

[1]) Friedheim und Samelson. Zeitschr. für anorg. Chemie Bd. 34 S. 65.

wo R sein kann K oder NH_4, bezw. K und $\overset{II}{Mn}$ oder NH_4 und $\overset{II}{Mn}$, bezw. K und NH_4 und $\overset{II}{Mn}$.

In dieser Arbeit ist die grosse Beständigkeit der Verbindungen der Nonoreihe nachgewiesen worden, während für diejenige der übrigen Reihen ähnliche Untersuchungen noch ausstehen.

Sämtliche Körper entstehen, worauf schon bereits Friedheim und Samelson hingewiesen haben, aus sauren Molybdaten, müssen also wahrscheinlich in ihrer Konstitution zu diesen und zwar vor allen Dingen zu dem Ammoniumparamolybdat in naher Beziehung stehen.

Dieses kann nach einem Vorschlage Geuthers[1]), der gänzlich in Vergessenheit geraten zu sein scheint, betrachtet werden als

$$Mo[O \,.\, MoO_2 \,.\, ONH_4]_6,$$

würde also das normale Ammoniumsalz einer nicht existenzfähigen sechsbasischen Säure sein.

Die Verbindung der ersten Reihe könnte dann

$$2\,R_2O,\ MnO_2,\ 7\,MoO_3$$

$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}[O \cdot MoO_2 \cdot OR]_4 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO_2 \cdot O\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

sein, und es lassen sich die Konstitutionen der übrigen etwa wie folgt denken.

$$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 8\,MoO_3$$

$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}O \cdot MoO_2 \cdot O\,MoO_2 \cdot OR \\ [O \cdot MoO_2 \cdot OR]_3 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO \cdot O \\ \quad \| \\ \quad [OR]_2\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

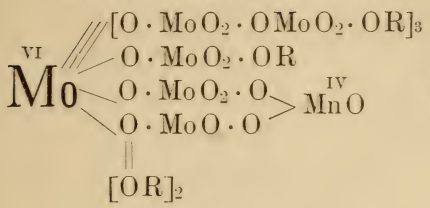
$$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 9\,MoO_3$$

$$\overset{VI}{Mo}\begin{cases}[O \cdot MoO_2 \cdot O\,MoO_2 \cdot OR]_2 \\ [O \cdot MoO_2 \cdot OR]_2 \\ O \cdot MoO_2 \cdot O \\ O \cdot MoO \cdot O \\ \quad \| \\ \quad [OR]_2\end{cases} > \overset{IV}{Mn}O$$

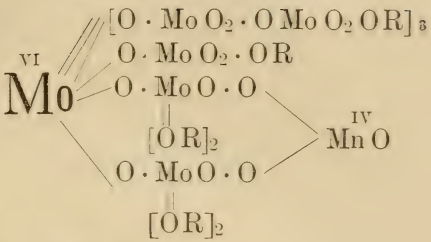
---

[1]) Vergleiche dessen Lehrbuch der Chemie, gegründet auf der Wertigkeit der Elemente. Jena 1870. S. 614.

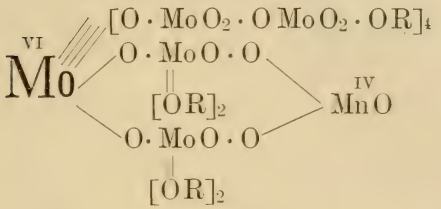
$3\,R_2O,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$



$4\,RO_2,\ MnO_2,\ 10\,MoO_3$



$4\,R_2O,\ MnO_2,\ 11\,MoO_3$



Dann würden sämtliche Verbindungen sich auf verschiedene, aber stets sechsbasische Säuren mit 7, 8, 9, 10 und 11 Molekülen Molybdäntrioxyd zurückführen lassen. Hierfür müsste die Bestimmung der Leitfähigkeit einen Anhalt ergeben.

Über diesbezügliche Versuche wird im folgenden berichtet: Die Bestimmung der Leitfähigkeit erfolgte nach der Ostwaldschen Methode für die Verdünnungen 128 bis 1024. Die Ermittelung der Werte für die Verdünnungen 32 und 64 resp. 128 geschahen auf graphischem Wege, indem nicht, wie allgemein üblich, die Verdünnung als Abszisse und die Leitfähigkeit als Ordinate, sondern deren Logarithmen auf Millimeterpapier aufgetragen wurden (s. graphische Reduktionstafel).

Verbindet man die Schnittpunkte von Abszisse und Ordinate, d. h. die für die molekulare Leitfähigkeit jedes Körpers in bestimmter Verdünnung ermittelte Grösse miteinander, so stellt die Verbindungslinie von 128 bis 512 eine Gerade dar, durch deren Verlängerung man die Werte für μ 32 und μ 64 resp. 128 annähernd aus der Tafel ablesen kann. Die so ermittelten Werte sind in der folgenden Tabelle mit * bezeichnet.

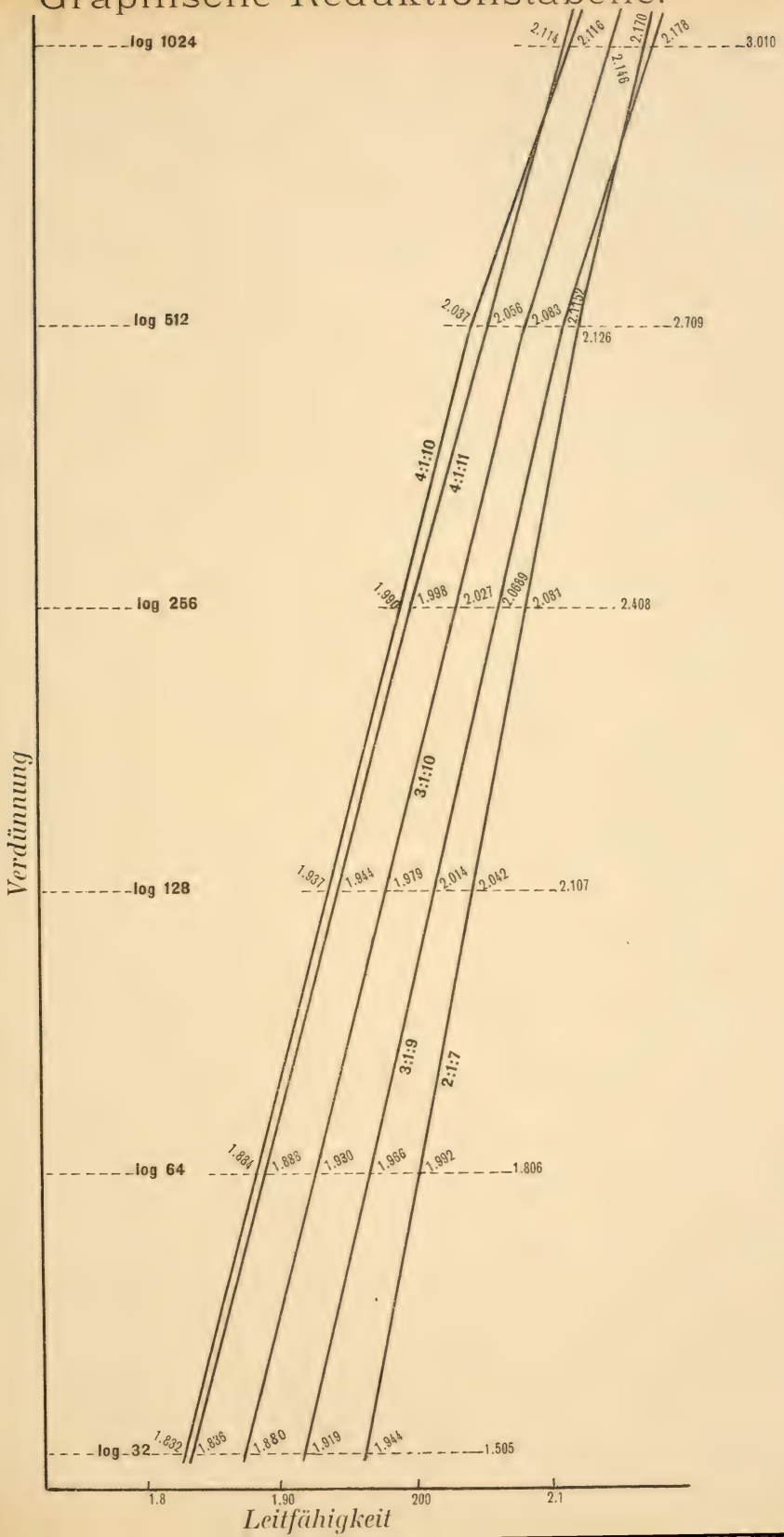
Temperatur = 18° C.

S = Verdünnung; μ = molekulare Leitfähigkeit.

$\Delta = \mu\ 1024 - \mu\ 32$.

S	1/6 $3[NH_4]_2O, 7MoO_3 + 4H_2O$	1/4 $2[NH_4]_2O, MnO_2, 7MoO_3 + 5H_2O$	1/6 $3[NH_4]_2O, MnO_2, 9MoO_3 + 7H_2O$	1/6 $3[NH_4]_2O, MnO_2, 10MoO_3 + 6H_2O$	1/8 $4[NH_4]_2O, MnO_2, 10MoO_3 + 5H_2O$	1/8 $4[NH_4]_2O, MnO_2, 11MoO_3 + 8H_2O$
	μ	μ	μ	μ	μ	μ
16	105.12	—	—	—	—	—
32	121.44	87.70*	82.09*	75.90*	67.90*	68.55*
64	135.40	98.19*	92.47*	86.30*	76.63*	76.91*
128	147.65	110.30*	103.27	95.41	86.56	88.02
256	156.52	120.07	117.22	106.46	97.73	99.50
512	164.20	132.66	130.45	121.00	108.83	113.80
1024	179.62	149.04	149.66	140.08	130.83	130.04
2048	—	169.79	—	168.55	—	143.86
Δ	58.18	61.34	67.57	64.18	62.93	61.49

Aus dieser Darstellung ergibt sich, dass der durchschnittliche Wert ungefähr 60 ist, also nach der Ostwald-Waldenschen Valenzregel einer sechsbasischen Säure entspricht und die oben gemachten Voraussetzungen somit bestätigt.


Graphische Reduktionstabelle.
log 1024
log 512
log 256
log 128
log 64
log 32
Verdünnung
4:1:10
4:1:11
3:1:10
3:1:9
2:1:7
1.8
1.90
200
2.1
Leitfähigkeit

Edmond Juillerat.

Note sur le Séquanien

(Eingereicht den 4. Februar 1904.)

De longues recherches poursuivies dans les cantons de Neuchâtel, Berne, Soleure et Argovie m'autorisent à considérer :

1° les *couches de Birmensdorf* et *d'Effingen* comme l'équivalent du *Rauracien* de St-Ursanne. (Voir Rollier : « Facies du Malm ». Eclogae, 1888.)

2° les *couches* typiques (gros bancs de calcaire jaune) *du Geissberg* et les *couches à Crenularis* comme *séquaniennes.*

Ce qu'on a pris jusqu'à maintenant pour couches du Geissberg dans les cantons de Neuchâtel, Berne et une partie de celui de Soleure, appartient aux couches d'Effingen.

Rondchâtel, Noiraigue, St-Sulpice, les Fontaines fournissent un mélange des faunes des couches d'Effingen et du Rauracien.

La partie supérieure du Séquanien (oolithe blanche, astartien blanc, couches de Ste-Vérène, de Wangen), s'observe partout de Longeaigue à la Rhyfluh. La partie inférieure du Séquanien, formée d'une alternance de marnes et d'oolithe rousse à taches bleues, devient de plus en plus calcaire de l'O. à l'E.

A Balsthal, le Séquanien est totalement calcaire oolithique.

Dans la Teufelsschlucht, près de Hägendorf, la partie calcaire oolithique rousse se réduit et n'atteint que 2 à 3 m. à Wangen, où la roche commence à se transformer pour passer aux couches du Geissberg. Wangen, Trimbach, Olten, Aarburg, Schloss Säli présentent un mélange des faunes du Séquanien et des couches du Geissberg.

Je me propose de publier plus tard les coupes et les observations qui motivent cette manière de voir.

Edmond Juillerat.

Bienne, 1er février 1904.

Franz Wilmer.

Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Addagletschers.

(Eingereicht im September 1904.)

I. Literaturverzeichnis.

1. A. und G. Villa: «Sulla costituzione Geologica e Geognostica della Brianza.» Milano 1844.
2. G. Omboni: «I Ghiacciai antichi e il terreno erratico di Lombardia». Atti d. Soc. Ital. d. Sc. Nat. XII 1861.
3. Stoppani: «Sui rapporti del terreno glaciale col pliocenico nei dintorni di Como. In appendice alla memoria: «Il mare glaciale etc.» Atti d. Soc. Ital. di Sc. Nat. Vol. XVIII. Milano 1875.
4. Rütimeyer: «Über Pliocaen und Eisperiode auf beiden Seiten der Alpen». Basel 1876.
5. Stoppani: «L'Era neozoica in Italia». Milano 1878.
6. A. Baltzer und E. Fischer: «Fossile Pflanzen vom Comersee». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1890.
7. Taramelli: «Carta geologica della Lombardia» nella scala di 1:250,000 con fascicole di spiegazione Milano, Artaria 1890.
8. A. Baltzer: «Geologisches». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1891.
9. Cermenati: (Auszug) «Le marmitte Giganti» scoperte a Lecco. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1891.
10. Corti: (Auszug) «Breva nota sul Quarternario e terreni recenti della Valassina e alta Brianza. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1891.
11. A. Baltzer: «Glacialgeologisches». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1892.
12. Corti: (Auszug) «Il terreno quaternario di valle di Intelvi», osservazione geologiche. Boll. R. Com. Geol. Ital. 1892.
13. Sacco: «Gli anfiteatri morenici del Lago di Como», Ann. della R. Accad. di Agricolt. di Torino. Vol XXXVI 1893.
14. Corti: (Auszug) «Sopra una marmitta dei giganti nella valle della Cosia», Boll. R. Com. Geol. Ital. 1894.
15. Penck, Brückner, du Pasquier: «Système glaciaire des Alpes». Bull. Société Scienc. Nat. Neuchâtel 1894.
16. Philippi, E.: «Aufbau der Schichtenfolge im Grignagebirge». Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. 1895.

17. **Stella, A.**: «Sui terreni quaternari della Valle del Po, in Rapporto alla Carta geologica d'Italia»; Roma. Tip. Nazionale 1895.
18. **Sacco**: «La Valle Padana». Ann. R. Accad. di Agricolt. di Torino 1900.
19. **G. de Alessandri**: «Creta e sull' Eocene della Lombardia». Milano 1899.
20. **Moebus**: «Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Oglioletschers». Mitteil. d. Naturf. Ges. Bern 1901.
21. **A. Baltzer**: «Geologie der Umgebung des Iseosees»; Geol. und Palæont. Abhandlungen von Koken. Neue Folge V, Heft 2. Jena, Fischer 1901.
22. **Ziegler, J. M.**: «Karte des Ober-Engadin und des Bernina-Gebirges bei Übersicht der Ausdehnung dortiger Erratischer Spuren». 1 : 150,000.
23. **Taramelli, T.**: «I tre laghi», Studio geologico orografico.» Milano, Artaria 1903.
24. **Salmojraghi, F.**: «Osservazioni geologiche sopra alcuni pozzi recentemente perforati nella provincia di Milano»; Rend. Istituto lomb. S. II. Vol. XXV, 18—19. Milano 1892.
25. **Zollikofer, F.**: «Beiträge zur Geologie der Lombardei». Amtlicher Bericht der 32. Versamml. d. Deutsch. Naturf. und Ärzte in Wien 1854.
26. **A. Baltzer**: «Zur Entstehung des Iseosee- und Comerseebeckens», Zentralblatt für Mineralogie und Palæontologie. Stuttgart 1902.

II. Historische Einleitung.

Über die Moränenamphitheater des alten Addagletschers zwischen beiden Armen des Comersees ist bisher noch keine zusammenhängende, vollständige kartographische Darstellung nach den neueren Prinzipien der Glacialgeologie veröffentlicht worden. Auf Anregung von Prof. A. Baltzer habe ich diese Arbeit übernommen und dabei auch die obere Grenze des alten Addagletschers am Comersee bestimmt. Zu diesen Aufnahmen wurden in den Jahren 1902 und 1903 im ganzen 26 Wochen verwendet.

Von älteren Arbeiten über den alten Addagletscher kommen in unserem Gebiet hauptsächlich die von Omboni (Nr. 2),[1]) Stoppani (Nr. 3,5), Rütimeyer (Nr. 3), von neueren die von Sacco (Nr. 13) und Stella (Nr. 17) in Betracht.

[1]) Die Zahlen hinter den Verfassern und Literaturangaben bezeichnen die Nummer des zitierten Werkes im Literaturverzeichnis.

Omboni gibt in seiner Publikation «*I Ghiacciai antichi e il terreno erratico di Lombardia*» eine allgemeine Übersicht über den alten Addagletscher. In einer beigefügten Zeichnung stellt er das Areal des Gletschers bis an die Landesgrenzen dar. Er schildert das Vorkommen erratischer Blöcke am See sowohl wie in der Brianza und erklärt die Herkunft der grossen Granitporphyre *(serizzio ghiandone)*, die sich nur in der alta Brianza und auf der Ostseite des Comersees finden, damit, dass sie durch eine Mittelmoräne dorthin gebracht seien, welche bei dem Zusammenfluss des Splügen- und des eigentlichen Addagletschers gebildet wurde.

Seine Schilderung der Amphitheater ist jedoch an einzelnen Stellen nicht einwandfrei, denn er macht in erster Linie den Fehler, dass er viele anstehende Felsen mit Moränenüberzug als wirkliche Moränen auffasst; so z. B. die Kalkhügel südlich von Cesana, die er als Reste einer Seitenmoräne des Valmadreragletschers betrachtet. Seine Moränenhügel bei Tavernero und Solzago sind ebenfalls nichts anderes als Reste des Anstehenden mit Moränenüberzug. Er irrt sich auch in dem Verlauf der Endmoränen, weil er die Endmoräne von Cantu als rechte und meine Mittelmoräne Bernate-Casnate als linke Seitenmoräne des Comergletschers auffasst (vide Karte). Er nimmt nur eine Eiszeit an.

Ihm folgt Stoppani mit seinem Werk «*L'Era neozoica in Italia.*» Er beruft sich im allgemeinen auf Omboni und gibt selbst zu, dass er an einzelnen Stellen unseres Gebietes nur oberflächliche Beobachtungen gemacht habe. Indem er schon etwas vorsichtiger in der Auseinanderhaltung von Moränenwall und von Anstehendem wird, behauptet er aber unter anderem, dass in der eigentlichen Brianza eine Unterscheidung zwischen Moränenwällen ohne und solchen mit anstehendem Kern unmöglich wäre; eine Behauptung, die sich jedoch bei meinen Untersuchungen als unrichtig erwiesen hat. Er steht auch auf dem Standpunkt, dass es nur eine Eiszeit mit Oscillation gegeben habe, und spricht von einem «*carattere marino*» der Moränenablagerungen, indem er glaubt, die Gletscher hätten sich in das Pliocänmeer ergossen, mit dessen Sedimenten sich die Moräne vermischt habe.

In diesem Punkt wird er widerlegt von Sordelli und Rütimeyer und zwar von letzterem in seiner Arbeit «Pliocän

und Eisperiode auf beiden Seiten der Alpen.» Rütimeyer gibt eine kurze Schilderung der Moränenlandschaft bei Como, erwähnt einzelne Grenzen der verschiedenen Amphitheater und fügt seinem Werk eine Zeichnung des Como-Amphitheaters bei. Der Verlauf der Moränen ist unrichtig angegeben; jedoch muss bemerkt werden, dass man bei Betrachtung des Amphitheaters vom Baradello bei Como aus leicht getäuscht wird, da von diesem Standpunkt aus gesehen die unterbrochenen Moränenwälle sich in eine zusammenhängende Linie projicieren. Erst bei Begehung des ganzen Terrains erkennt man den genauen Verlauf der einzelnen Ringe.

Den neueren Standpunkt der Glacialgeologie in Italien vertritt Stella in seiner kurzen Übersicht des Quartärs im Potal. Er hat sich mit den Amphitheatern des Addagletschers nicht speziell beschäftigt, nimmt verschiedene Eiszeiten an, verneint jedoch die Existenz der äusseren Moränenzonen und lässt die Hochterrassenschotter in der Interglacialzeit entstehen.

Alessandri beschreibt in seiner Abhandlung «*Creta e sull Eocene della Lombardia*» das Anstehende in dem Gebiet meiner Untersuchungen. Meine diesbezüglichen Angaben habe ich aus seiner Karte entnommen. Wie begreiflich behandelt er das Diluvium sehr kurz, doch ist nicht zu verstehen, warum er auf seiner Karte Alluvium und Diluvium mit ein und derselben Farbe bezeichnet, für Moränengebiet jedoch eine andere wählt. Er verzeichnet weder Wälle, noch macht er einen Unterschied in den einzelnen Terrassen; ja er scheint eine ältere Eiszeit überhaupt nicht anzunehmen.

Ein Interglacial in den südlichen Ablagerungen des Addagletschers wurde zum ersten Mal von Prof. Baltzer (Nr. 6) am Comersee bei Cadenabbia nachgewiesen. Er fand zwischen Grundmoränen und Kies eingeschlossen graue Tone mit Rhododendron ponticum und andern Pflanzenresten. Die Flora wurde von Prof. E. Fischer beschrieben.

III. Talsystem, Dimensionen und Mächtigkeit des Gletschers.

Der Addagletscher erfüllte seinerzeit das ganze jetzige Tal der Adda, das Becken des Comer- und des Leccosees und

ausserdem das ganze Val Chiavenna bis zum Splügen, da er von hier aus einen grösseren Seitengletscher empfing.

Seine Firnbecken erstreckten sich also im Westen über das Gebiet des Splügenpasses, nach Osten dehnten sie sich aus über die ganze Berninagruppe und die nördliche Seite der Disgraciagruppe, da die Firnmassen sich von dort durch das Bergell in das Tal Chiavenna ergossen (Nr. 22). Ferner erhielt der gewaltige Eisstrom noch Zuflüsse aus den Gebirgen östlich der Bernina- bis zur Ortlergruppe hin.

Die ganze Eismasse ergoss sich in das Becken des Comersees und teilte sich, nachdem sie vorher schon einen Seitenarm durch das Tal von Menaggio in den Luganersee gesandt hatte, bei Bellagio in zwei Hauptarme, den vom Comerseebecken und in denjenigen vom Leccobecken.

Aus dem ersteren Vereisungsgebiet sandte der Gletscher abermals einen Seitenarm durch das Val Intelvi bei Argegno in den Luganersee, erhielt aber andererseits aus diesem Gletscherareal in der Nähe von Como einen Zufluss durch das Tal von Chiasso.

Wie schon erwähnt, teilte sich der Gletscher bei Bellagio in zwei Hauptarme, ein Teil desselben ergoss sich jedoch auch über den Pass von Asso direkt nach Süden ins Vallassina. Bei Asso erhielt auch dieser Arm einen Zufluss durch das Valbrona vom Leccoarm her. Und weiter südlich gegenüber Lecco sandte der Leccoarm nochmals einen Zweig durch das Valmadrera in die eigentliche Brianza, er selbst aber nahm seine Fortsetzung dem jetzigen Lauf der Adda folgend nach Süden hin.

Die Länge des Hauptgletscherlaufes von der Quelle der Adda bis zu den äussersten Stirnmoränen betrug zirka 174 km. Seine Breite wurde nach der italienischen Karte 1:25 000 an verschiedenen, von mir genau bestimmten Punkten der oberen Blockgrenze gemessen. Es ergaben sich folgende Breiten:

Zwischen	Breite
I. M. Legnoncino — M. Berlinghera	12 km 350 m.
II. M. Legnoncino — M. Bregagno	9 km 500 m.
III. M. Muggio — Cima Grona	9 km 000 m.
IV. Vorsprung des M. St. Primo — M. di Tremezzo	6 km 000 m.
V. M. Preaola — M. Colmegnone	3 km 750 m.
VI. M. Brunate — M. Bisbino	4 km 370 m.

Hieraus ergibt sich eine Verschmälerung des Eisstromes bis zur Enge bei Careno, von hier aus eine Verbreiterung bis zu den Stirnmoränen.

Die Mächtigkeit des Gletschers gab nach bekannten Seetiefen und gestützt auf die an den oben genannten Punkten bestimmte Blockgrenze gemessen, folgende Zahlen:

Punkt	I	?	Da die Mächtigkeit des Alluviums nicht bekannt ist.
»	II	1575 m.	
»	III	1500 m.	
»	IV	1440 m.	
»	V	1275 m.	
»	VI	850 m.	

Bei diesen Angaben sind die allfälligen Ablagerungen im Seebecken nicht mit in Rechnung gebracht worden.

Ziehen wir nun einen Vergleich bezüglich der Mächtigkeit zwischen dem Aaregletscher und dem Addagletscher, so steht ersterer diesem gegenüber bedeutend zurück.

IV. Moränen.

A. Moränen des Comerarms.

a. Ältere Eiszeit.

1. Endmoränen der älteren Eiszeit.

Die Endmoränen der älteren Eiszeit auf der Südseite der Alpen unterscheiden sich bekanntlich von denen einer jüngeren Eiszeit durch die Ferettisierung (Nr. 15, 20, 21) und dadurch, dass die Wallformen durch fliessende Wässer, Verwitterung u. s. w. mehr oder weniger abgetragen und verwischt sind.

Die ältere Eiszeit ist durch zwei Endmoränen vertreten. Der innere Ring beginnt beim Monte Orfano, läuft über Galliano bis Montesolaro und wird hier durch eine Niederterrasse und durch Alluvium unterbrochen. Sodann setzt er sich auf der anderen Seite des Tales in Resten von verwaschenen Moränenlappen fort bis Guanzate. Von hier aus geht er weiter in Gestalt eines noch gut erhaltenen Walles über Appiano und Oltrano bis zum Anstehenden an der Chaussee von Civello nach Olgiate.

Die zweite Moräne beginnt etwas südlich von Albese, zieht sich über Verzago und endet bei Vighizzolo. Sie ist sehr stark verwaschen und geht an einzelnen Stellen direkt in Hochterrasse über, besonders auf der Strecke von Verzago bis zum Tunnel de Terro.

Auf manchen Karten (s. z. B. Geolog. Übersichtskarte der Schweiz 1 : 500 000 Heim u. Schmidt) läuft ein grosser Moränenwall über Appiano und Cantu. Derselbe ist sogar von Rütimeyer (Nr. 4) besprochen worden. Ich möchte entschieden bestreiten, dass der Moränenwall von Appiano mit dem von Cantu zusammen zu stellen sei. Denn einerseits zeigt letzterer in allen Aufschlüssen frische Geschiebe, ersterer dagegen verwittertes Material. Andrerseits aber besteht ja auch eine Fortsetzung der Appianomoräne in verwaschenen Moränenlappen, die sehr gut mit dem ersten Ring der äusseren Moränenzone zusammengestellt werden können, kaum aber mit demjenigen von Cantu. Endlich befindet sich hinter der Appianomoräne eine wunderschöne Hochterrasse, die bis zu 20 m Tiefe Ferettisierung zeigt und keine Decke von frischem Moränenmaterial hat. Dass die Wallform der Appianomoräne besser erhalten ist, erklärt sich dadurch, dass auf der Westseite die Gletscherwässer das Höhenniveau dieser Moräne nicht erreicht haben.

2. Terrassen.

Die Hochterrassen unterscheiden sich von der Niederterrasse durch eine Verfestigung in der Tiefe, in höheren Schichten dagegen zeigen die ersteren eine ausgesprochene Ferettisierung. Sie treten in einzelnen, zipfelförmig nach Süden endigenden Abschnitten auf.

Der Abfall zur Niederterrasse übersteigt selten 10 m, an manchen Stellen ist er bedeutend niedriger. Ihre grösste Ausdehnung haben die Hochterrassen auf der Ostseite des Amphitheaters, hauptsächlich bei der Brenna und westlich vom Seveso. Ferner findet sich noch ein kleiner Rest einer solchen südlich der Moräne von Appiano. Die östliche Hochterrasse, auf der die Orte Brenna und Olgalasca liegen, schliesst sich direkt an die Moränen der äusseren Zone an und endet nach Süden in einem stumpfen Zipfel bei Meda (vide Karte!). Von Aufschlüssen sind in dieser Terrasse wohl die Täler Brenna und Terro zu

nennen. Beide lassen alten, schönen Ceppo, dem oben Feretto in einer bis zu 2 m mächtigen Schicht aufgelagert ist, zu Tage treten.

Der zweite Rest von Hochterrasse, westlich vom Torrente Seveso, ist im Westen, Osten und Süden durch einen ziemlich deutlichen Abfall zur Niederterrasse begrenzt. Im Norden dagegen, in der Gegend von Rovellasca bis Armenate, ist er sehr verwaschen; ausserdem ist frisches Fluvioglacial der jüngeren Eiszeit angeschwemmt. Es ist daher schwierig, in dieser Gegend eine genaue Grenze der Hochterrasse festzusetzen, doch zeigen kleinere Aufschlüsse in der Nähe der von mir gezogenen Grenze typische Ferettisierung. Bezüglich der südlichen Begrenzung dagegen kann gar kein Zweifel herrschen, da man in allen Bachbetten dieser Terrasse Feretto findet. Im Norden bei Asnago ist die Terrasse teilweise deutlich aufgeschlossen und zwar unten mit schönem Fluvioglacial und oben mit Feretto, der bis zu 1 m mächtig ist. Ferner sind, wie wir noch sehen werden, in der Niederterrasse abgerutschte Blöcke von altem Ceppo gefunden worden, die nur von hier oben aus der Hochterrasse kommen können.

In der Fortsetzung der kleinen Terrasse, die südlich von Appiano beginnt und von da nach Westen sich hinzieht (nicht mehr auf der Karte verzeichnet, da sie dort ins Luganergebiet übergeht), haben wir in einer Mächtigkeit von 15—21 m den schönsten Feretto der ganzen Gegend aufgeschlossen. Hierdurch dürfte Stella (Nr. 17) widerlegt sein, der behauptet, Feretto wäre das aufgearbeitete Produkt älterer Moränen in jüngeren Moränen. In diesen Aufschlüssen ist von jüngerem Moränenmaterial nichts zu bemerken.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Endmoränen.

Die Endmoränen der jüngeren Eiszeit bilden zwei guterhaltene Wallmoränen und einen weitern verkümmerten Moränenzug bei Albate. Auf diesen folgt ein zweiter abgetrennter Wallrest bei Trecallo. Diese Moräne hat ihren Fortgang scheinbar auf der Westseite des Seveso in den Hügeln von Portichetto, Luisago und Villa Guardia.

Die erste deutliche Endmoräne, auf der Cucciago liegt, nennen wir die von Cucciago und die zweite, auf deren Höhen sich Cantu befindet, Cantumoräne.

Die Albatemoräne setzt sich an den Monte Croce an, der vermutlich einen Kern von anstehender miocäner Nagelfluh (Nr. 5, 19) besitzt und endet mit schwach bogenförmigem Verlaufe bei der Station Albate Camerlata. Fast möchte man annehmen, sie setze sich über das Erosionstal fort und verbinde sich mit der Mittelmoräne, die später beschrieben werden soll. Auf diese Art und Weise liesse sich die so auffallende Biegung in letztgenannter Moräne erklären (vide Karte!). Für diese Annahme spricht ferner aber auch noch der Umstand, dass die Mittelmoräne von ihrem Anfang bei Rebbio bis zu der Biegung viel weniger hoch ist, als in ihrem weiteren Verlauf, und dass ihre anfängliche Mächtigkeit viel eher mit derjenigen von Albate übereinstimmt. Sichere Beweise sind hierfür jedoch nicht aufzubringen. An diese Moräne ist direkt Niederterrasse angelagert und man möchte geradezu behaupten, erstere sei derselben aufgelagert. Denn bei Albate fand sich in einer Kiesgrube typisches Fluvioglacial als Liegendes der Moräne.

Dieser eben beschriebenen Endmoräne folgt auf der Ostseite nur ein kleiner Wallrest bei Trecallo, doch kann dieser in Zusammenhang mit den Rudimenten einer Endmoräne in der Niederterrasse bei Luisago gebracht werden.

Nach der Durchwanderung der folgenden Depression gelangen wir in südlicher Richtung fortschreitend zur schönen, ringförmig verlaufenden Endmoräne von Cucciago. Diese nimmt ihren Anfang bei dem Dorfe Lipomo (in der Nähe des Anstehenden) und läuft über Capiago nach Cucciago, setzt sich auf der anderen Seite des Seveso bei Abbadia fort, sodass man die Moränenhügel von Fino Mornasco und Casina Rizzardi wohl als zu ihr gehörig betrachten kann. Sie ist deutlich als Endmoräne an ihrem steilen Abfallen nach innen und dem weniger steil sich niedersenkenden Aussenrand zu erkennen. Das Bindemittel ist durchweg sandig bis kiesig, an einzelnen Stellen finden sich grosse eckige Blöcke, die bis zu 3—4 m^3 Inhalt haben.

Die nächste ringförmig verlaufende Endmoräne, d. h. diejenige von Cantu, befindet sich ungefähr 2 km südlich von der-

jenigen von Cucciago und läuft dieser fast parallel, nähert sich jedoch letzterer bei ihrem Anfang am Lago di Monte Orfano. Sie lässt sich verfolgen über Cantu und erreicht ihr Ende am Erosionstal des Seveso. Das Bindemittel ist kiesig, mit kleinern und grössern eckigen Oberflächen- und runden Grundmoränengeschieben. Die häufigen, in die ganz ungeschichteten Massen lokal eingeschalteten Sandschmitzen dieser Moräne deuten auf teilweise Verschwemmung hin. An dieser Stelle ist wegen der schönen Sandkessel besonders ein grösserer Aufschluss in der Villa Caranetta bei Cantu zu erwähnen.

Diese vier beschriebenen Endmoränen vertreten auf der Comerseite die jüngere Eiszeit. Die Grenze gegen die ältere Eiszeit ist durch die Ferettisierung der nach aussen zunächst folgenden Endmoräne gekennzeichnet. In dieser Zersetzung dokumentiert sich deutlich genug das höhere Alter der letzteren.

2. Mittelmoränen.

Nach ihrer Ausdehnung treten die Mittelmoränen gegenüber den Endmoränen stark zurück. Eine solche gut ausgeprägte Mittelmoräne verbindet die Orte Rebbio und Casnate. Doch muss erwähnt werden, dass diese an einzelnen kleinen Stellen einen Kern von Molasse mit bis zu 2 m mächtiger Gletscherschuttbedeckung erkennen lässt. Diese Moräne fängt bei Rebbio an und verläuft mit einer Biegung über Grandate, Bernate bis Casnate. Würde sich meine obige Vermutung bestätigen, dass ihr Anfang (bis zur Biegung) zur Moräne von Albate gehöre, so wäre sie nur von Grandate aus als eine Mittelmoräne zu betrachten. Sie hat viel Oberflächenmaterial und meist sandiges Bindemittel.

Eine zweite Mittelmoräne, doch bedeutend kleiner, finden wir dem Laufe des Flusses Seveso folgend bei Cucciago; sie verläuft von hier bis zur Moräne von Cantu. Auch hier ist viel Oberflächenmaterial, zum Teil in Form grosser erratischer Blöcke, vorhanden.

Zwischen den Wällen war überall, wo sich Aufschlüsse boten, sandige bis kiesige Grundmoräne und gemeiner Gletscherschutt zu konstatieren, an einigen Stellen auch Torf, Ton und Lehm (vide Karte), welch letztere zur Backsteinfabrikation ausgebeutet werden. So ist der Lago di Montorfano vollständig in Grundmoräne eingebettet. Es ist derselbe daher auch schon von

Rütimeyer (Nr. 4) und Stoppani (Nr. 5) als typischer Moränensee bezeichnet worden. Ein besonders grosses Lehmlager befindet sich, wie schon erwähnt, westlich von Trecallo, in welcher Gegend ebenfalls ein ziemlich grosses Torfmoor vorhanden ist.

3. Terrassen.

In dieser Gegend sind Terrassen und Moränen räumlich nicht so streng geschieden wie in anderen Glacial-Gebieten. Die typischste und ausgedehnteste Terrassenlandschaft befindet sich links und rechts der Adda bei ihrem Ausfluss aus dem Leccoarm. Jedoch sind die Terrassen im Amphitheater des Comersees zum Teil auch gut entwickelt.

Bei Betrachtung der letzteren müssen wir hauptsächlich die Erosionsbereiche zweier Flüsschen ins Auge fassen. Erstens des Seveso, zweitens diejenigen der Lura.

Der Seveso entspringt in der Nähe von Vergosa, seinen Namen erhält er nach der Vereinigung etlicher kleiner Bäche, die aus den Bergen westlich vom Monte Baradello kommen. Er nimmt seinen Lauf über Lucino, westlich von Grandate, Luisago, Fino und vereinigt sich bei der Station Cucciago mit dem Bach Aqua nera. Letzterer entspringt bei Lipomo und fliesst durch das Torfmoor bei Senna Comasco.

Es muss uns auffallen, dass auf der Westseite des Amphitheaters nichts mehr von den mächtigen Endmoränen von Cantu und Cucciago vorhanden ist, und es lässt sich nicht ohne weiteres erklären, dass überhaupt Moränen der jüngeren Eiszeit mit Ausnahme der verwaschenen Reste bei Fino und Cassina Rizzardi in diesem Gebiete fehlen, während dagegen an ihrer Stelle bei Bulgarograsso, Cadorago und südlich von Civello eine reine Terrassenlandschaft auftritt. Warum sind die Moränen der Ostseite so wenig verwaschen im Gegensatz zur Westseite? Man kommt nach allen Untersuchungen in dieser Gegend zu folgendem Resultat:

Die Schmelzwässer des alten Addagletschers, der hier endete, flossen in ungeregelten, vielfachen Armen, sowohl in der Richtung des jetzigen Sevesotals, als auch westlich davon ab. Ihre Erosionswirkung war nicht imstande, die noch jetzt mächtigen Endmoränen von Cantu und Cucciago zu durchbrechen oder abzutragen.

Die erodierende Wirkung dieser Wasserläufe wurde aber noch unterstützt durch die Schmelzwässer des Luganergletschers. Als Begründung für letztere Behauptung weise ich auf zwei Punkte hin:

1. Woher sollte denn die merkwürdige Ausbuchtung nach Nord-West in der Niederterrasse bei Civello und Lurate Abbate kommen? Dass die Wässer des Comogletschers hier eine solche Schleife nach Norden gemacht hätten, ist wohl kaum anzunehmen.

2. Die zweite beweisende Tatsache ist das Vorkommen von mit Moräne überzogenen Rundhöckern bei Lurate Abbate. Sie zeigen einen Kern von Molasse. Vor der Drumbildung nun musste diese Molasse an verschiedenen Stellen durchschnitten werden. Und von wem? Doch nur durch die Schmelzwässer des alten Ticino- oder Ceresiogletschers, denn diese Rundhöcker sind zu hoch, und die sie trennenden Tälern zu tief, als dass man annehmen könnte, sie seien ausschliesslich durch den Gletscher erzeugt worden.

Die Niederterrasse von Civello, Bulgarogrosso und Minoprio Caporago, also die auf der Westseite des Seveso, dacht sich sanft, schildförmig nach Süden ab und geht allmählich in alluvialen Kies über. Ähnliches ist auch in anderen subalpinen Amphitheatern beobachtet worden (Nr. 20). Von Asnago und Carimate an läuft sie als schmaler Streifen an beiden Seiten des Seveso hin und endet bei der Stadt Seveso und westlich von Meda mit deutlichem Absturz nach dem alluvialen Talboden des letztgenannten Flusses.

Alle Aufschlüsse in dieser Terrasse zeigen schönes, frisches, fluvioglaciales Material. Einen schlagenden Beweis, dass wir es wirklich mit Niederterrasse zu tun haben, liefert ein Aufschluss bei der Station Cantu-Asnago. Wir finden nämlich in dieser Terrasse alten, festen, abgerollten Ceppo der Hochterrasse. Der Übergang von Niederterrasse in Kies des Alluviums ist kaum festzustellen, da in den südlichen Teilen der Terrasse sehr wenig Aufschlüsse vorhanden sind. Zu erwähnen wären an dieser Stelle einige Bohrlöcher bei Saronno, die von Salmograghi (Nr. 24) beschrieben sind. Es wurde bis zu 122,51 Meter gebohrt, jedoch kein anstehendes Pliocän gefunden; man bemerkte aber in grösseren Tiefen eine Verfestigung des Kieses (Ceppo).

Beim Eintritt ins Amphitheater finden wir noch einen kleinen Rest von junger, sandiger Terrasse, innerhalb der ersten Endmoräne (Albate) angelagert. Im Sand treten 3 m^3 grosse, eckige Blöcke von Granit und Gneiss auf, die wahrscheinlich durch Schollentransport dorthin gekommen sind.

4. Alte Flussläufe, Rundhöcker und Drums.

Wie schon oben angeführt wurde, fand die Hauptentwässerung westlich des Seveso statt. Daher bemerken wir auf dieser Seite auch die meisten alten Flussläufe. Wir finden solche in der Niederterrasse zwischen den Resten der Appianomoräne und zwei grössere bei den Rundhöckern von Lurate Abbate.

Auf der Ostseite ist im Amphitheater ebenfalls ein alter Glacialabfluss zu beobachten, das sogenannte Tal von Brenna. Von Brenna beginnend mündet er am Ende der Hochterrasse. Ferner wird auch die Mittelmoräne Cucciago-Cantu von zwei alten Flussläufen unterbrochen.

Am Ende des Sees fallen uns sowohl auf der linken, wie auf der rechten Seite die rundhöckerartig abgeschliffenen Berge der (Nr. 4 und 5) miocänen Nagelfluh von Como in die Augen. Der Monte Baradello ist ein typischer Rundhöcker dieser Gesteinsart, ebenso der ihm gegenüber liegende Monte Croci. Ferner ist noch zu nennen der Monte Orfano, ein in die Länge gezogener Rundhöcker von einer Kalkbreccie, die Taramelli (Nr. 7) als Numulitenkalk bezeichnet. Hiermit sind die Rundhöcker in diesem Gebiete erschöpft. Anstehendes ist im Amphitheater fast gar nicht zu beobachten.

Drums finden sich nur an einer Stelle nördlich von Lurate Abbate, wie oben schon kurz erwähnt wurde. Es sind drei Paar von Drumlins vorhanden. Alle zeigen einen Kern von Molasse und sind bis zu 2 Meter und mehr mit Moränenmaterial bedeckt. Sowohl Grundmoränenmaterial, wie Oberflächenmaterial ist vorhanden, denn es treten sowohl runde wie auch eckige Blöcke in ziemlicher Anzahl auf.

Diese Rundhöcker scheinen durch Annahme primärer Wasserläufe in der anstehenden Molasse erklärt werden zu können. Durch die einschneidende Wirkung des Wassers erfolgte eine Teilung in verschiedene Einzelhöcker, die dann der glättenden Erosion und Abrundung des Gletschers anheimfielen.

B. Moränen des Leccoarms.

a. Ältere Eiszeit.

Terrassen.

Das charakteristische Merkmal der Terrassen der älteren Eiszeit ist, wie wir schon im Gebiet des Amphitheaters von Como gesehen haben, die Ferettisierung und das infolge der Erosion unebene Gelände, das im scharfen Gegensatz zu den Terrassen der jüngeren Eiszeit steht. Letztere sind nämlich alle wie mit dem Lineal zugeschnitten.

Dagegen fallen die Hochterrassen des Leccoarmes viel sanfter zur Niederterrasse ab, wie diejenigen auf der Comoseite, so dass man oft im Zweifel ist, ob man es wirklich mit Hochterrassen zu tun hat, wenn nicht die Aufschlüsse den schönen Feretto aufwiesen, der jeden Zweifel beseitigt.

Der Umstand, dass die Terrassen auch hier spitz nach Süden zulaufen, erklärt sich durch die Wirkungen früherer starker Wasserläufe. Auch heute noch treffen sich an solchen Convergenzpunkten meist zwei kleinere Bäche.

Hier im Bereiche der Adda, die den Hauptabfluss des Comersees bildet, finden wir drei Reste von Hochterrasse. Den grössten und kleinsten derselben beobachten wir auf der Westseite. Ersterer ist nach Norden hin durch den Montevecchio geschützt und nur dieser Berg hat sie vor der vollständigen Zerstörung durch die mächtigen Wässer der letzten Eiszeit bewahrt. Dieselbe Beobachtung können wir auch an zahlreichen anderen Hochterrassenresten machen.

Der äussere Rand dieser Terrasse nach der Adda zu läuft direkt vom Montevecchio bei Casina Nibio erst längs der Bahnlinie etwas östlich von Lomagna, dann ganz nahe der Provinzialstrasse nach Mailand entlang bis nach Usmate; macht bei Velate Milanese eine kleine Einbuchtung und erreicht schliesslich bei Arcore sein südlichstes Ende. Der Abfall des Terrassenrandes ist verschieden hoch, er schwankt zwischen 6 bis 10 m.

Nördlich von Lomagna (vide Karte!) fanden sich keine grössern Aufschlüsse. Nur kleinere Löcher zeigten Feretto. An einer Stelle fast gegenüber von Cernusco befindet sich am Absturzrand ein altes glaciales Konglomerat mit grossen Geschieben und einer Ferettobedeckung von 1—1½ m.

Schöner und grösser werden die Aufschlüsse weiter nach Süden. Hier sind es hauptsächlich die Bäche, die den Feretto und Ceppo gut und bis zu grösseren Tiefen entblössen. So am Torrente Molgorella und Molgorana; besonders schön jedoch im Südzipfel dieser Terrasse in der Gegend von Lesmo, wo im Tal Pegorino in der Tiefe alter glacialer Ceppo und oben typischer Feretto zu sehen sind. Die Mächtigkeit beträgt hier zirka 10 m für den Ceppo und 5 m für den Feretto.

Einen kleinen Rest von Hochterrasse haben wir weiter östlich von der oben beschriebenen. Ihr Abfall ist im Westen und Osten wenig hoch, doch ziemlich gut erhalten. Im Norden bei Ronco und im Süden bei Ruginello ist sie dagegen sehr verwaschen und von Niederterrasse überlagert. Es ist daher hier unmöglich, eine genaue Grenze anzugeben. Aufschlüsse sind hier sehr wenige vorhanden, doch tritt bei der Fornace von Carnate Feretto deutlich zu Tage.

Auf der Ostseite der Adda haben wir nur einen Rest von Hochterrasse. Auch hier endigt diese diluviale Flussablagerung in einem spitzen Zipfel bei Chignolo (vide Karte!). Sie legt sich an den Monte Canto (709 m) bei Sotto il Monte an. Ihr Abfall zieht sich auf der Ostseite von Chinoglo über Terno nach Mapello; auf der Ostseite reicht sie bis östlich von Baccanello hin und endet bei Corna. In dieser Gegend lagern sich an sie zum Teil die Moränenlappen der letzten Eiszeit an, und es ist daher schwer, die Grenze genau zu bestimmen.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Endmoränen.

Die jüngere Eiszeit ist in dieser Gegend durch ein kleines Amphitheater vertreten. Vier Endmoränen ziehen sich in schwachen Bogen auf der Westseite der Adda hin und lassen sich zum Teil auch noch in kurzen Wällen auf der Ostseite verfolgen. Diese Unterbrechung sucht Stoppani (Nr. 5) durch das Hindernis, das ihnen der Monte Canto bei ihrem Absatz bereitete, zu erklären, denn durch ihn sei der Gletscher auf die Westseite gedrängt worden. Stoppanis «morena d'ostacolo» auf der Westseite des obengenannten Berges ist keine Wallmoräne, sondern nur an den Berg angelegter Gletscherschutt. Der Ueber-

gang zur Wallform geschieht erst durch die Moränenwälle des Monte Gilio (412 m).

Die südlichste Moräne dieses Amphitheaters zieht sich von Pagnano über Merate, Novate bis nördlich vom Monte Robiate, um sich hier mit der folgenden Moräne zu einem fast vollkommen zusammenhängenden Zuge zu vereinigen (vide Karte!) Auf der Ostseite der Adda setzt sie sich in einem Wall weiter bis zum Monte Gilio (412 m) fort.

Die nächste zieht sich von Sabioncello über Casina Barbiano, überschreitet bei der Molino Vanzone die Adda und erstreckt sich bis zum Monte Gilio. Die dritte Endmoräne ist nicht so deutlich ausgeprägt, wie die zwei vorher genannten. Sie zieht sich von Sartirano über Mombello, wird bei Imbersago durch einen Fetzen Niederterrasse unterbrochen und setzt sich auf der anderen Seite der Adda fort bis in die Nähe des Monte Canto.

Es folgt nun der kleine Moränenzug von Vescogna (vide Karte!), Granza, Olgiate, Molgaro. Er hat keine Fortsetzung auf der Ostseite der Adda, da der Monte Canto die Ablagerung von Gletscherschutt verhinderte.

Die vierte, nördlichste und kleinste Moräne endlich zieht sich wieder in einem schönen Wall von Molgora bis Brivio und erstreckt sich auf der andern Seite bei Mura bis zum Anstehenden.

Diese Wälle gehören der Gletscherzunge an, die von Lecco her durch das Becken des Lago di Garlate vorstiess.

Es sind aber noch zwei andere Moränenwälle vorhanden, nämlich einer südlich von Olgiate und ein langgezogener im Tale Rovagnate und Perego. Diese Wälle möchten wohl zu der Gletscherzunge zu rechnen sein, die sich bei Lecco von der eben angegebenen trennte und die durch den Lago di Annone und durch das Tal von Rovagnate bei Olgiate wieder mit der frühern Gletscherzunge zusammenkam. Zu bemerken ist, dass der Gletscher dieser Gegend, der vom Monte Canto etwas nach Westen geschoben wurde, sicher einen kleinen Arm in das Valla di Pontida gesandt hat, welch letzteres im Norden vom Monte Scarlaggio (588 m), im Süden vom Monte Canto begrenzt wird. Und in der Tat finden wir diese Ansicht bestätigt durch eine Stirnmoräne bei St. Giacomo, die von der Eisenbahnstrecke Lecco-Bergamo durchbohrt ist.

Weitere Moränenwälle konnten nicht aufgefunden werden, dagegen sind an den Bergabhängen und in den Gebirgstälern des Addagebietes grössere und kleinere Moränenlappen vorhanden. Solche sind östlich vom Monte Crocione (879 m) durch einen Seitenarm der Hauptgletscherzunge, westlich von diesem Berg durch die Gletscherzunge vom Lago di Annone, wenn man sie so nennen darf, gebildet worden. Im Norden findet sich eine Querverbindung zwischen den Seen von Annone und Garlate. In allen Aufschlüssen trat frisches Moränenmaterial zu Tage.

Zwischen den Wällen des beschriebenen Amphitheaters herrscht meist sandig bis lehmige Grundmoräne vor. Z. B. liegt der Moränensee Lagetto di Sartirana nördlich von Sartirana, in einer Depression, welche aus lehmiger Grundmoräne besteht.

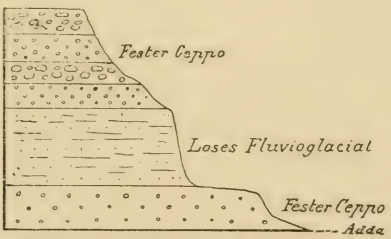
Ein Punkt in den Aufschlüssen von Imbersago an der Chaussee nach Robiate fällt sofort auf. Dort findet sich auf typischem, zum Teil feinem Fluvioglacial, Moräne aufgelagert (vide Bild Nr. 1 u. 2, Tafel I). In der Nähe kommen die beiden Moränen von Merate und Sabioncello nahe zusammen. Das geschichtete Fluvioglacial setzt weiter unter der Moräne fort. Ein ähnliches Beispiel wurde schon oben bei Albate erwähnt. Diese beiden Vorkommnisse sind wohl durch eine Schwankung, d. h. einen sekundären Vorstoss zu erklären, wobei das vorher angeschwemmte Fluvioglacial durch Moräne bedeckt wurde. Der Vorstoss muss allerdings in diesem Gebiet bedeutender gewesen sein, als im Amphitheater von Como, denn es erscheint wahrscheinlich, dass das ganze Amphitheater auf der Niederterrasse ruhte. Ausserdem steht auch die gewaltige Ausdehnung der Niederterrasse in keinem Verhältnis zu dem kleinen Amphitheater.

2. Terrassen.

Die Niederterrasse nimmt bei weitem das grösste Areal in dieser Gegend ein. Sie liegt auf beiden Seiten der Adda und läuft aus der Gegend von Merate (Westufer) und Calusco (Ostufer) nach Süden aus, indem sie langsam in Kies übergeht. Sie hat also keinen Absturz im Süden; bloss am Ostufer bei Brembate findet sich ein deutlicher Terrassenrand, doch ist die Bildung desselben durch den Zusammenfluss der Adda mit dem Brenno zu erklären, wie schon Zollikofer (Nr. 25) erwähnt hat.

Der Übergangskegel von Moräne in Terrasse läuft von der Hochterrasse der Westseite aus etwas südlich von Merate und Robbiate, kreuzt dann die Adda, setzt etwas nördlich von Calusco weiter und legt sich an die Hochterrasse der Ostseite an. Es ist ja selbstverständlich, dass man Moräne und Terrasse nicht durch eine mathematische Linie voneinander abtrennen kann, doch kann die oben angegebene Begrenzung in ihrem Gesamtverlauf als richtig angenommen werden. Sie wurde in die Mitte des Übergangskegels gelegt. Südlich dieser Begrenzungslinie an der Strasse von Cernusco nach Paderno haben grössere Aufschlüsse frisches typisches Fluvioglacial gezeigt. Die Geschiebe haben hier bis Kopfgrösse, nehmen jedoch nach Süden an Umfang ab und erreichen z. B. in Aufschlüssen in der Nähe von Burago und Ornago nicht einmal mehr Faustgrösse. Bemerkenswert ist in der Niederterrasse, sowohl auf der West-, wie auch auf der Ostseite, die nicht selten auftretende lokale Verfestigung des fluvioglacialen Materiales.

Am deutlichsten ist diese Terrasse aufgeschlossen durch die Adda selbst, die sich bis 80 m tief eingeschnitten hat. Nirgends fand sich an ihr Feretto, im Gegenteil, überall zeigten sich frische Geschiebe. Auch hier erscheint an manchen Stellen die lokale Verfestigung der einzelnen Schichten, besonders gut in der Nähe von Paderno (vide Profil!) unterhalb der grossen Brücke (vide Bild Nr. 7, Tafel III).



Absturz nach der Adda bei Ponte di Paderno.

Innerhalb der Moränenzone haben kleine Reste von Niederterrasse sich an der Adda bei Arlate, Imbersago und Villa d'Adda gebildet. Ihr Niveau stimmt ziemlich mit dem der äusseren Terrassen überein; es beträgt 245—250 m.

3. Alte Flussläufe.

Der Hauptabfluss der Gletscherwässer dürfte wohl der heutigen Addalinie ziemlich entsprechen, wie an der Verteilung des Terrassenschotters auf ein ausgedehntes Netz von Schmelzwässern zu entnehmen ist. Zwei grössere und ein kleinerer, alter Wasserlauf sind heute noch deutlich zu bemerken.

Die Adda muss einmal einen Arm von Airuno nach Westen gesandt haben, denn bei Olgiate und Pilata sehen wir deutlich einen alten Wasserlauf, der die Moräne von Pilata und Olgiate dreimal geteilt hat (vide Karte!) und sich dann längs der jetzigen Bahnlinie nach Süden hin fortsetzt. Wahrscheinlich hat auch dieser alte Lauf den Rest der Hochterrasse von Carnate von der grösseren von Lomagna-Usmate getrennt. Eine kleine Wasserrinne zieht sich längs der vorletzten Endmoräne bei Novate entlang und geht in die Adda. Das Anstehende bei Robbiate und der Rest des Anstehenden bei Imbersago (vide Karte!) hingen selbstverständlich früher zusammen und sind erst durch diesen alten Wasserlauf getrennt worden. Ein drittes Rinnsal endlich findet man in der Niederterrasse. Dasselbe läuft südlich von Verderio über Airuzzio, Brentana und endet bei Casina Mosca an der Strasse von Vimercate nach Bellusco. Man sieht noch deutlich das alte Bett; das Fluvioglacial ist hier zu einem festen Conglomerat verkittet.

C. Moränen der Brianza

1. des Vallassina- und 2. des Valmadreragletschers.

Wenn ich in den folgenden Schilderungen, gegen meine ursprüngliche Absicht, dieses Gebiet zuletzt behandle, so haben mich Gründe verschiedener Natur dazu veranlasst. Ganz abgesehen davon, dass der allgemeine Überblick dadurch erleichtert wird, fällt es auch bei weitem nicht so schwer, die keineswegs immer leicht verständliche Kombination dieser beiden Seitengletscher zu verstehen. Da wir in der Literatur nähere Berichte über dieses Gebiet vermissen und es Stoppani (Nr. 5) sogar für ausgeschlossen erachtet, dass man jemals hier Moränenwälle werde unterscheiden können, so erscheint es um so angezeigter, dass gerade in diesem dunklen Punkte Klarheit geschaffen werde, und ich hoffe, dass meine Erörterungen einen Beitrag zur Lösung dieser Frage liefern werden.

Offenbar befindet sich Stoppani im Irrtum, wenn er meint, dass diese beiden Seitengletscher keine Endmoränen abgesetzt hätten.

a. Ältere Eiszeit.

Terrassen.

Grosse Terrassenkomplexe der älteren Eiszeit kann man in diesem Gebiet nicht feststellen. Es ist nur noch die Fortsetzung der schon beschriebenen Hochterrasse von Lomagna, Velate und Lesino zu nennen.

Von Arcore (dem Zipfel) zieht sich der Westrand dieser Hochterrasse immer ungefähr einen halben km vom Lambro entfernt auf der Westseite dieses Flusses hin, um schliesslich bei Costa Lambro an die Ablagerungen einer jüngeren Eiszeit zu stossen. Im Norden ist sie durch den Lauf der noch zu beschreibenden Stirnmoräne des Valmadreragletschers begrenzt (vide Karte!).

Stella (Nr. 17) hat Recht, wenn er angibt, dass am Comersee manchmal die jüngsten Moränen auf dem ältesten Diluvium liegen. Dieses ist besonders an letztgenannter Grenze sehr deutlich zu sehen. Schon beim ersten Blick fällt der Farbenunterschied des Bodens auf, denn die braunen Äcker des Ferettobodens von Tregasio und Calo stechen scharf ab gegen den grauen Ackerboden von Brugora und Casina Rigola. Ein ähnliches, wenn auch nicht ganz so klares Bild bietet im Westen der Brianza die Grenze zwischen der jüngeren und älteren Eiszeit bei Cremnago Arosio einerseits und bei Brenna-Carugo andererseits.

b. Jüngere Eiszeit.

1. Charakterisierung der Endmoränen.

Wenn man sich auf der Rotunde vom Palaste in Inverigo befindet, so bemerkt man bald, dass man am Scheitelpunkt von zwei Moränenzügen steht. Man sieht nämlich nach Westen in der Ferne die Moränenzüge von Cucciago und Cantu, die nach Westen hin umbiegen. Blickt man nach Norden, so gewahrt man zwei Hügelzüge, die von Norden kommend in der Nähe unseres Beobachtungsplatzes nach N. O. biegen. Verfolgt man schliesslich den Hügelzug, auf dem man selbst sich befindet, so sieht man, dass dieser zuerst nach Süden und in grösserer

Entfernung nach Osten und schliesslich nach Norden sich hinzieht. Sofort wird es klar, dass wir es hier mit zwei verschiedenen Stirnmoränen zu tun haben, nämlich mit derjenigen des Vallassinagletschers und mit der des Armes vom Leccogletscher, der durch das Valmadrera herüberkam.

I. Endmoränen des Vallassinagletschers.

Dieser Gletscher hat zwei Stirnmoränen abgelagert, die, wenn auch nicht sehr hoch, doch gut ausgeprägt sind. Sie schliessen den Lago di Alserio im Nordwest, Südost und Südwest ein. Die innere dieser zwei Moränen hat einen Durchmesser von $2^1/_5$ km und läuft von Erba über Carcano, Anzana nach Monguzzo; die äussere dagegen beschreibt einen fast doppelt so weiten Bogen, besitzt jedoch immer ungefähr die gleiche Höhe (50—60 m). Zu ihr gehören die Hügelzüge von Lurago Erba, von Fabbrica Durini bis Orsenigo und von hier bis Vill' Albese. Alle Aufschlüsse in diesen Moränen zeigten frisches, ungeschichtetes Material. Besonders auffallend ist ein grosser Aufschluss bei der Station Anzano del Parco, da derselbe deutlich durch seine grossen, runden wie eckigen Blöcke zeigt, dass wir es mit Moränenmaterial zu tun haben.

II. Endmoränen des Valmadreragletschers.

Wenden wir uns nun zu den Moränen des Gletschers, der durch das Valmadrera (gegenüber Lecco) in die Brianza eingedrungen ist. Wie schon erwähnt, machte er etwas nördlich von Carate Brianza Halt und setzte hier seine äusserste Stirnmoräne ab. Die Stirnmoränen dieses Gletschers sind vielmehr durch Gletscherwässer getrennt, wie die des Vallassinagletschers; aber dennoch kann man deutlich ihren Verlauf studieren. Es sind im ganzen drei Stirnmoränen vorhanden. Die mittlere und kleinste ist heute nur noch südlich von Besana zu beobachten. Die äusserste fängt am Anstehenden bei Barzano (vide Karte!) an, läuft über Casate nuovo bis Vergo (Ostseite des Lambro) und findet meiner Meinung nach ihre Fortsetzung in den Moränenhügeln von Cremnago und Careggia (vide Karte!). Ihr Zwischenstück von Vergo bis Cremnago ist eben durch Gletscherwasser vollständig zerstört.

Der innere Moränenzug ist noch sehr schön erhalten und bildet einen echten Halbkreis. Er fängt im Westen etwas nördlich von Inverigo an, läuft über Arosio bis an den Lambro und setzt sich auf der anderen Seite, wenn auch in etwas kleineren Hügeln bis Besana fort. Von hier aus zieht er sich wieder an Stärke zunehmend über Monticello bis nördlich von Cremella hin. Es ist dieses die schönste Stirnmoräne im Diluvialgebiet des Comersees. Sie erscheint von Renate aus als ein geschlossener Halbkreis; ihr Durchmesser beträgt 7 km. Alle Aufschlüsse in diesem Moränenamphitheater zeigen kiesig-sandiges Bindemittel. Grosse Blöcke und Schrammen sind keine Seltenheit. Hierdurch wie durch Feretto ist die südliche Grenze gut bestimmt.

2. Mittelmoränen.

Der Eindruck des besonderen gewaltigen Amphitheaters der Brianza wird noch erhöht durch das Vorhandensein von zwei gut ausgeprägten und ziemlich mächtigen Mittelmoränen. Sie erheben sich in der grossen Depression des schon beschriebenen Valmadreragletschers und laufen 1½ km von einander entfernt vollständig parallel in einer Richtung, von Nord-nord-ost nach Süd-süd-west. Die westliche bildet die Hügelzüge der Ortschaften Capriano, Colzano etc. etc., die östliche, mit ihr parallel laufende Mittelmoräne umfasst kleinere Anhöhen in der Gegend von Casaretto, Viano inf. und Viano sup. und ausserdem einen grösseren zusammenhängenden Komplex von Erhebungen bei Renate und findet ihr Ende bei Cremella Verdegio, wo ihre Spur durch anstehende Hügel verwischt wird. Bei Capriano und Renate sehen wir lokale schöne Übergussschichtung, auch wechselt verfestigtes mit losem ungeschichtetem Material ab. Schrammen und grosse, runde wie eckige Blöcke finden sich in allen Aufschlüssen.

Zwischen den Wällen dieses Amphitheaters stösst man auf verschwemmten Lehm der Grundmoräne, der hie und da auch runde, gekritzte Geschiebe enthält (vide Karte!). Dieser Lehm findet Verwendung in industriellen Anlagen.

3. Terrassen.

Über die Terrassen einer jüngeren Eiszeit ist an dieser Stelle nur noch wenig zu sagen. Das hauptsächlichste Terrassengebiet letztbeschriebener Moränen verschmilzt mit demjenigen

von Cantu und Cucciago, d. h. mit den Schottern, welche durch das jetzige Sevesotal transportiert worden sind. Die Grenze auf der Westseite ist schon bekannt (Meda, Cabiate, Marianno, Carugo). Von hier aus kreuzt sie die Strasse Carugo-Arosio, läuft dann über Giussano bis zum Erosionstal des Lambro und hält sich auch nach Süden hin immer an denselben. Auf der anderen Seite dieses Flusses gewahren wir aber noch einen kleinen Rest dieser grossen Akkumulationsterrasse. Ihre Grenze hält sich im Westen ebenfalls an den Rand des Lambro, im Osten etwas südlich, von Costa Lambro ausgehend, läuft sie der schon beschriebenen Grenze der Hochterrasse parallel (vide Karte!).

Die Aufschlüsse zeigten überall frisches, geschichtetes Material, dessen Grösse nach Süden im allgemeinen abnimmt, eine Erscheinung, die besonders gut längs des Lambro beobachtet werden kann. Hier sind solche Niederterrassenschotter zu Konglomerat verfestigt, sie sind keinesfalls tertiär, wie die Gebrüder Villa behauptet haben (Nr. 1).

An Erosionsterrassen längs des Lambro sind verschiedene zu nennen, so die von Carate bis Albiate und eine grössere zwischen Biassono und Monza, im Gelände, in welchem der königl. Park sich befindet. Deutlich sieht man fast überall einen kleinen Absturz von unserer grossen Akkumulationsterrassse zu diesen Schotteranschwemmungen. In tieferem Niveau bei Lambro kommen noch einzelne kleinere Terrassen vor, doch sind sie ohne Bedeutung. Die Tatsache, dass die grossen Erosionsterrassen fast nur auf der Westseite des letztgenannten Flusses vorkommen, erklärt sich durch eine festere Verkittung des Konglomerats auf der Ostseite. Während auf der Westseite lose und feste Bänke abwechseln.

4. Alte Flussläufe und Seen.

Erinnern wir uns nochmals des alten Flusslaufes im Val de Brenna, der schon kurz beim Como-Amphitheater geschildert wurde. Nicht nur von dieser Seite hat er Gletscherwässer aufgenommen, sondern wie aus den Studien der Gletscherverhältnisse in der Brianza hervorgeht, auch aus dem ganzen Gebiet grosse Wassermassen empfangen. Dieser Umstand erklärt denn

schon zum grössten Teil, dass das Brennatal, im Gegensatz zu anderen, so tief eingeschnitten ist. Ausserdem fällt sofort auch die Bucht der Niederterrasse, die bei Carugo in die Hochterrasse übergeht, auf (vide Karte!). Wie liesse sich diese anders erklären, als durch den alten Wasserlauf des Val de Brenna?

Die grössten alten Wasserläufe in der Brianza entsprechen entschieden noch dem jetzigen Laufe des Lambro, des Seveso und der Adda. Dagegen beweist ein alter Wasserlauf des Brianzaamphitheaters bei Villa Baverio und Calo (vide Karte!), dass hier einst, abgesehen von dem Lambro, noch ein besonderer Abfluss stattfand, der später bei tieferem Einschneiden des Lambro trocken gelegt wurde.

Seen der Brianza.

Über die Seen der eigentlichen Brianza lässt sich nicht viel Bestimmtes sagen, da die Diluvialdecke eine Untersuchung der tektonischen Verhältnisse sehr erschwert. Was ihre Entstehung durch Glacialerosion betrifft, so möchte ich diese für meine Person nicht absolut verneinen, da ihre Tiefen nicht über 30 m hinausgehen. Wir haben zur Diluvialzeit zwei Seen gehabt; denn der Lago Alserio und Lago di Pusiano sind durch ein Delta getrennt worden. Richten wir nun unser Augenmerk auf die eigentliche Zugrichtung der beiden Gletscher, nämlich des Vallassina- und Valmadreragletschers. Ersterer kam aus dem Vallassina und ergoss sich durch den Lago di Segrino und über den Sattel von Castelmarte und setzte seine Stirnmoränen um den Lago di Alserio ab. Betrachten wir nun den Durchmesser des äusseren Walles, so erhalten wir damit die Breite der Zunge des Gletschers. Verfolgen wir dann aber die Richtung des Gletschers nach dem Lago di Segrino hin, so erhalten wir die Richtung Südwest-Nordost. Zur Orientierung bediene man sich der italienischen topographischen Karte im Massstab 1:100,000, Blatt Como. Nach der Breite der oben beschriebenen diluvialen Gletscherzunge nun und der uns gleichfalls bekannten Zugrichtung dürfte der alte Gletscher den jetzigen Lago di Pusiano kaum berührt haben; wie sollte er also denselben haben erodieren können?

Anders ist es beim Lago di Annone. Dieser liegt ohne Zweifel in der Zugrichtung des Valmadreragletschers, denn das

beweist deutlich der Verlauf der Mittelmoränen dieses Gletschers. Dann aber fragt man sich: Woher kommt es, dass der Gletscher zwei Seen nebeneinander erodiert hat, ohne die Zwischenwand, die beide trennt, herunterzuschleifen? Dieser Punkt spricht sicher gegen Glacialerosion, zumal da die Zwischenwand aus Kalk besteht und von geringer Breite ist. Der See allerdings ist bei einer Tiefe von nur 11 m ziemlich flach.

Über den Charakter der Seen ist nicht viel zu sagen. Es sind fast alle Abdämmungsseen mit mehreren Zuflüssen und immer nur einem Abfluss. Beim Lago Alserio und Pusiano findet die Entwässerung durch den Lambro statt. Beim Lago di Annone ist es ein postglacial gebildeter Abfluss in den Leccosee. Stoppani (Nr. 5) meint, der See habe früher mit dem von Lecco zusammengehangen und das ganze Valmadrera erfüllt; beim Rückzug der Gletscher sei er aber durch eine Moräne von ihm getrennt worden. Als Beweis für seine Anschauung macht er geltend, dass sich im Valmadrera geschichtete Tone befänden. Gegen die Sperrmoräne (Seitenmoräne des Leccogletschers) ist nichts einzuwenden, denn in der Tat ist sie vom jetzigen Abfluss des Lago di Annone durchbrochen. Wenn nun aber der Leccosee und Lago di Annone zusammenhing, so müsste ja ersterer 27 m höher gelegen haben, wofür jedoch Stoppani keine Beweise erbringt, denn seine geschichteten Lehme können gerade so gut beim Rückzug vom Gletscher abgelagerter Ton oder Lehm sein. Auf jeden Fall muss, wenn der Leccosee mit dem Lago di Annone zusammengehangen hat, letzterer einen Abfluss nach Süden gehabt haben, denn dafür spricht in erster Linie das vollkommen zerrissene Terrain der Brianza und ferner die Torfbildung zwischen den Seen der Brianza. Der Lago Alserio und Pusiano haben schon immer einen Abfluss gehabt, wie das Erosionstal des Lambro beweist. Also müssen die Wässer des Lago di Annone die Gegend vor der letzten Eiszeit überschwemmt und so die Torfbildung hervorgerufen haben; denn dass diese Torfbildung nicht zur Alluvialzeit gehört, beweisen die zum Teil darüberliegenden krystallinischen Geschiebe.

Beim Rückzuge der Gletscher in der letzten Eiszeit ist der von mir südlich angenommene Abfluss des Sees durch mächtige Gletscherablagerungen in der Brianza verdeckt worden und der

ganze Wasserdruck des Sees verursachte wohl in kurzer Zeit den Durchbruch der Staumoräne am Leccosee, fand jedoch einen viel grösseren Widerstand an den südlichen diluvialen Ablagerungen. So erklärt sich der Abfluss nach dem Leccosee, während alle anderen Seen ihren Abfluss nach Süden haben.

V. Obere Grenze des alten Addagletschers am Comerseebecken.

Die Untersuchungen erstreckten sich auf der Ostseite von Brunate über Como bis zum Monte Legnoncino am Nordende des Sees, andrerseits am westlichen Ufer vom Monte Bisbino oberhalb Cernobbio bis zum Monte Berlinghera.

Die obere Blockgrenze der jüngeren Vergletscherung entspricht sich auf beiden Seiten ziemlich genau (vide Profile!), die obere Grenze der älteren Vergletscherung konnte nicht festgestellt werden, da keine Moränenlappen oder Blöcke, die einer solchen älteren Eiszeit entsprächen, beobachtet wurden. Allerdings entziehen sich ja nach der Analogie anderer diluvialer Gletscher die vereinzelten Blöcke der oberen Zone leicht der Beobachtung, indessen dürfte auch hier wie am Iseosee (Nr. 20) die obere und untere Grenze nahezu zusammenfallen.

An dieser Stelle sei betont, dass die Untersuchungen fast nur an den gegen den See vorspringenden Gebirgsspornen vorgenommen wurden. In Nischen ging die Grenze immer fast um 20 m hinunter. An einzelnen Stellen, wie am Monte Muggio, sogar um 30 m.

Der nördlichste Punkt der Untersuchung war, wie oben bemerkt, der Monte Berlinghera. Der Gletscher fiel auf der Halbinsel zwischen beiden Seearmen sanft bis zum Hang des Monte Primo (1635 m) ab, wo er sich teilte. Hier erreichte er eine Höhe von 1250 m und nicht wie Omboni und Stoppani (Nr. 2 und 5) annehmen, nur von 700 m über dem Meer.

Von hier aus fällt er bis zum letzten Punkt der Untersuchung etwas schneller und zwar von oberhalb Brunate über Como und Bisbino (auf der Westseite) bis zu 800 m. Die Grenze ist an vielen Stellen deutlich gekennzeichnet. Eine Kolonie von erratischen Blöcken deutet meistens die nahe Grenze an.

z. B. an der Cima Grona (vide Bild Nr. 3, Tafel Nr. I), Monte Bregagno, Monte di Tremezzo, Monte St. Primo und Monte Muggio. Blöcke bis zu 3 m^3 sind keine Seltenheit und vereinzelt sind auch viel grössere gefunden worden.

Drei Riesenblöcke befinden sich auf der Ostseite des Tales und auffallender Weise bestehen sie alle aus demselben Gestein, nämlich aus «Granitporphyr» mit grossen Einsprenglingen von Feldspat, den Omboni (Nr. 2) schon als «serizzio ghiandone» bezeichnet hat. Dieses Gestein kommt häufig auf dieser Seite vor, doch nur in der alta Brianza. Auf der Westseite ist das Hauptleitgestein «Quarzphyllit», der ebenfalls in grossen Blöcken sich findet.

Die Glacialgrenze wurde wie folgt konstatiert:

1. Auf der Westseite des Sees: «Monte Berlinghera» (1951 m) oberhalb Gera am nördlichen Seeende; letzte Blöcke: Granit (2 m^3) und Quarzphyllit ($1^1/_2$ m^3) bei 1650 m, kleines Erraticum folgt noch bis zu grösserer Höhe, hört aber bei 1700 m auf;

«Monte Bregagno» (1905 m) (Nordsporn) oberhalb Dongo. Granitblock (2 m^3) 1300 m. Weiter oberhalb keine grösseren Blöcke. Erraticum hört auf bei 1500 m.

«Cima Grona» (1732 m) (südlicher Grat vom M. Bregagno) oberhalb Aquaseria. Granit, Gneiss bei 1100 m. Grenze scharf durch Blockkolonie bei 1400 m (vide Bild Nr. 3, Tafel Nr. I) markiert.

«Monte di Tremezzo» (1700 m) oberhalb Tremezzo, letztes Erraticum bei 1250 m: 2 grosse Blöcke von Quarzphyllit (6 m^3) am Kreuz von Narro.

«Cima Doaria» (1447 m) oberhalb Sala, bei 1000 m Quarzphyllit (2 m^3) eckig, daselbst auch kleine Gneissblöcke und Granit, 1100 m; Granit 1250 m letztes Erraticum.

«Monte Bisbino» (1325 m) 400—600 m Serpentine häufig (2 m^3—3 m^3) bei 700 m Quarzphyllit (4 m^3), bei 800 m letztes Erraticum.

2. Auf der Ostseite des Sees: «Monte Legnoncino» (1714 m) oberhalb Dorio. Bei 800 m kiesige Grundmoräne, bei 1300 m Verrucano (3 m^3). Viel kleines Erraticum; bei 1550 m hört dasselbe auf.

«Monte Muggio» (1754 m) oberhalb Bellano. Grössere Blöcke erst bei 1200 m, bei 1350 m Granit (2 m^3). Die Grenze liegt bei 1400 m.

«Monte St. Primo» (1685 m) oberhalb Bellagio. Viel Gletscherschutt mit Granit und Verrucano. Bei 900 m ein Riesenblock: «Pietra Lentina» Granitporphyr (250 m^3) (Nr. 25). Schluss des Erraticums bei 1250 m.

«Monte Preaola» (1417 m) oberhalb Nesso. Bei Casina Faul (900 m) Granitporphyre in grosser Zahl (20—50 m^3) (Nr. 2). 700 m bei Alp Capponno Riesenblock aus Granitporphyr (250 m^3); Grenze bei 1075 m durch Granit (4 m^3).

«Monte Uccelleria» (1026 m) oberhalb Torno. Bei Monte Piatto 10-15 grosse Blöcke. Granitporphyre und Granite (20-50 m^3); obere Grenze bei 900 m.

«Brunate» oberhalb Como. Bei 740 m Moränenlappen, bei 800 m letzter Block.

Die gewöhnlicheren krystallinischen Gesteine des Gebietes sind: Granit (Adamellogranittypus Tonalit), Granitporphyre, Amphibolit (vereinzelt), Glimmersyenit (vereinzelt), Biotitgneiss, Muscovitgneiss, Sericitgneiss (im westlichen Amphitheater sehr verbreitet), Gneissgranit, Serpentin (dunklere und hellere Varietäten, sehr verbreitet).

Von Sedimentgesteinen kommen besonders vor: Liaskalk (sehr verbreitet), Amonitico rosso (an der Ostseite häufiger), Buntsandstein, Sericitschiefer (vereinzelt), Kieselschiefer und Hornstein, Majolika mit Hornsteineinschlüssen, schwarze Alpenkalke, Quarzit (weiss, oft durch Eisenoxyd rotbraun gefärbt).

VI. Interglaciale und interstadiale Bildungen.

Nachdem in früheren Jahren durch Prof. Baltzer schon ein typisches Interglacial an diesem See bei Cadenabbia nachgewiesen war (Nr. 6), kann ich nach meinen neueren Untersuchungen einige weitere Beiträge zur Feststellung interglacialer Bildungen liefern. Baltzer fand in Cadenabbia blaue Tonschichten entblösst, in denen sich Rhododendron ponticum und andere von Prof. Fischer bestimmte Blätter vorfanden, darunter Grund-

moräne, darüber Gletscherschutt. Leider ist dieser Aufschluss jetzt durch die Stützmauer der englischen Kirche verdeckt.

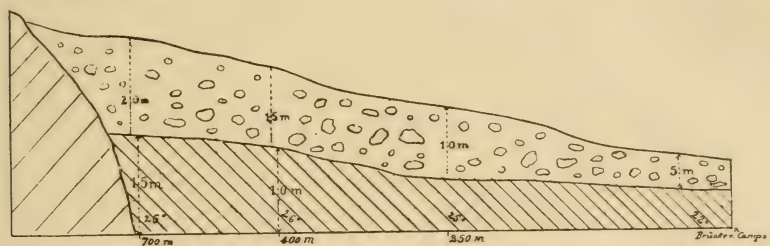
Vergebens waren die Bemühungen im Nordzipfel des Comersees, interglaciale Profile zu finden. Auch am westlichen Comoarme wollte mir ihre Feststellung nicht glücken. Der Grund liegt wohl darin, dass gar keine, oder wenig mächtige Moränenablagerungen an diesen Armen zu finden sind und dass, wie schon Omboni (Nr. 2) sagt, die Vegetation das Auffinden von Aufschlüssen erschwert. Die grösste Moränenablagerung dürfte sich wohl in der Tremezzina, zwischen Menaggio und dem südlich gelegenen Sala befinden. Die Moräne ist hier terrassiert und von verschiedener Breite, bis zu 1 km.

Die grösste Aufmerksamkeit wurde hier auf die Untersuchung der Bachbette gewendet in der Hoffnung ein Interglaciales Profil angeschnitten zu finden; es gelang dann auch, ein solches 1 ½ km südlich von Cadenabbia im Val Mainona festzustellen; es beginnt ungefähr ¾ km bachaufwärts. Dunkle, blaue und gelbe Tonschichten wechseln hier miteinander ab. Dieselben sind öfters durch feinen, gelben Sand getrennt. Die Tone enthielten Schalentrümmer von Schnecken, leider waren diese zu sehr zerdrückt, um Arten feststellen zu können. Über dem Ton liegt Bergschutt von verschiedener Mächtigkeit, dann erst kommt lehmig-sandige Grundmoräne, bis zu 40 und 50 m Mächtigkeit. Auffallend in dieser Moräne ist das fast vollständige Fehlen von Kalkgeschieben. Das Liegende dieser Conchilien führenden Tonschichten ist vom Bach leider nicht aufgeschlossen. Es fand sich jedoch in der Tiefe am Boden einer Sandgrube glacialer Schotter, der ziemlich stark verwittert war.

Diese eine kleine Stelle liefert natürlich noch keinen Beweis dafür, dass überall glaciale Schotter unter den Tonschichten vorhanden sind. Doch liegen die Tone ungefähr im selben Niveau, wie die von Prof. Baltzer untersuchten, und dürfte man sie daher wohl als interglacial oder interstadial bezeichnen.

Eine zweite Fundstelle, die sich wohl mit der schon besprochenen zusammen bringen lässt, liegt bei Campo und ist durch den Bach Perlana aufgeschlossen. Man sieht hier eine frühere Deltabildung. Sie erstreckt sich hinter Campo bis zum Orte Molgisio, also in einer Länge von 700 m: Steil gestellte Deltaschichtung in Kies mit Kalkgeröllen, in einer Höhe von

5—15 m, nach oben abgeschnitten und discordant überlagert von einer bis zu 20 m mächtigen, kiesigen Grundmoräne (vide Bild Nr. 4, Nr. 5, Nr. 6, Tafel Nr. II). Direkt bei Campo zirka 10 m über dem Seeniveau fallen die Schichten mit einem Winkel von 22° ein, während sie nach dem Gebirge hin langsam steiler werden und schliesslich ein Fallen von 26° (Bussolenmessung) aufweisen.



Interstadiale Bildung bei Campo.

Da keine Organismen in den fluviatilen Schichten gefunden wurden, so darf man sie nicht direkt als interglacial, wohl aber als interstadial bezeichnen.

Nun lässt sich die Moränendecke dieser alten Deltabildung bis hinter Cadenabbia verfolgen. Hier und bei Tremezzo bedeckte sie aber tatsächlich die schon beschriebenen blätterführenden Tonschichten. Sind diese daher interglacial, so können es auch jene sein.

VII. Rückläufige Terrassen am See.

Nach dem schon Philippi (Nr. 16) im Jahre 1896 auf rückläufige Terrassen am Leccoarm hingewiesen und Prof. Baltzer (Nr. 26) im Jahre 1902 in diesem Seeteil tatsächlich solche bei Mandello und Lierna konstatiert hat, kann ich auf Grund meiner Untersuchungen am Comerarm und in dem Nordzipfel des Comersees noch einige kleine Beiträge hierzu liefern.

Alle Terrassen sind Felsterassen und schneiden die Schichtung in den meisten Fällen annähernd senkrecht. Im Nordzipfel des Comersees treten an zwei Stellen rückläufige Terrassen auf, die ersten am Monte Bregagno. Man unterscheidet deutlich zwei Terrassen, welche nach Norden sanft abfallen. Die oberste und deutlichste von diesen liegt in einer Höhe von ungefähr,

1400 m, die zweite dürfte ungefähr 70—90 m darunter liegen. Sie fangen an auf dem Sporn der Cima Grona und setzen sich dann fort auf dem Vorsprung der Cima Bregagno oberhalb Rezzonico. Alle beide fallen mit $2\,^1/_2{}^0$ (Bussolenmessung) nach Norden ein. Der beste Beobachtungspunkt dürfte wohl etwas über Bellano liegen.

Eine zweite rückläufige Terrasse überblickt man gut von oberhalb von Aquaseria (Westufer) aus, sie befindet sich auf der Ostseite des Sees in einer Höhe von za. 500 m etwas über Regoledo und lässt sich bis ungefähr nach Biosio einen guten km lang verfolgen. Die Rückläufigkeit beträgt hier nach Bussolenmessung $1—1^1/_2{}^0$.

Wenden wir uns nun nach Süden und sehen uns im Comerarm um, so fallen uns hier an zwei Stellen Terassen auf.

Zunächst am Monte Nuvolone gegenüber Lenno. Hier treten 2 Terrassen auf. Die oberste etwas längere läuft ungefähr in 700 m Höhe, die untere, kürzere za. 80—100 m tiefer. (Zur Orientierung vide Bild Nr. 8 Tafel Nr. III). Beide haben ein Gefälle nach Norden von $2^1/_2{}^0$—3. Sie sind nicht fortlaufend, sondern werden an zwei Stellen durch Gebirgsbäche getrennt.

Die schönsten rückläufigen Terrassen jedoch, die jedem auffallen müssen, der mit dem Dampfer vorbeifährt und sein Augenmerk auf diesen Punkt richtet, befinden sich bei Blevio gegenüber von Cernobbio. Es sind zwei Terrassen zu unterscheiden. Eine läuft oberhalb der Strasse in einem Niveau von 300 m. Auf ihr stehen die Orte Capovico, Sopravilla, Sorto und Merzorico. Die zweite liegt unterhalb der Strasse. Beim Orte Capovico sind beide Terrassen deutlich zu unterscheiden. Auf der unteren liegt der obere Teil von Porto und Girola. (Zur Orientierung vide Bild Nr. 9 Tafel Nr. III). Beide Terrassen haben ein Gefälle von 2^0 nach Norden. Auch bei Laglio glaube ich rückläufige Terrassen bemerkt zu haben, möchte aber diese Beobachtung nicht als völlig feststehend bezeichnen.

Da nun bei Brieno der tiefste Punkt des Seegrundes mit 410 m liegt, während bei Cernobbio die Tiefe nur mehr 250 m beträgt, so entsprechen die rückläufigen Terrassen bei Blevio der Konfiguration des Seegrundes und beweisen dessen tektonische Bildung.

VIII. Zusammenfassung und Schluss.

Im Gebiet des alten diluvialen Addagletschers lassen sich mit Sicherheit zwei Eiszeiten nachweisen, die, wie anderwärts, auf grössern Klimaschwankungen beruhen.

Zur Unterscheidung derselben dient meine Ausscheidung einer äusseren Moränenzone und der auf Niveauverschiedenheit und Ferettisierung gestützte Nachweis eines Niederterrassen- und Hochterrassenschotters nach dem Vorgang von Penck in andern Gebieten.

Weitere Anhaltspunkte geben die von Prof. Baltzer nachgewiesenen wahrscheinlich interglacialen Blätterschichten von Cadenabbia, mit Rhododendron ponticum (Nr. 6), an die sich weitere Funde von mir anlehnen, wie mein interstadiales, vielleicht interglaciales Delta bei Campo und die interglacialen Bändertone im Val Mainona bei Tremezzo.

Eine dritte und oberste Terrasse (Deckenschotter) konnte nicht konstatiert werden. Wenn Stella (Nr. 17) drei Terrassen angibt, so rechnet er wohl eine Erosionsterrasse als erste Akkumulationsterrasse mit.

Während der vorletzten Eiszeit drangen die Eismassen des Addagletschers auf der Comerseite bis in die Gegend von Appiano vor und setzten hier ihre Geschiebe ab, indem sie den noch heute guterhaltenen Wall bildeten. Beim Rückzug verschwemmten die Gletscherwässer die vorher abgesetzten Wälle und bildeten so eine grosse Akkumulationsterrasse, die uns heute noch an einzelnen Stellen in nach Süden zugespitzten Dreiecken entgegentritt (vide Karte!). Und zwar ist sie meist da noch erhalten, wo sie im Norden durch Bergrücken vor der verheerenden Zerstörung späterer Gletscherwässer geschützt war. Dass kein Deckenschotter vorhanden ist, erklärt sich auf analoge Weise, denn die Wässer der grössten Eiszeit (mittleren) haben sicher in diesem Gebiet nichts zurückgelassen, wenn schon die Wässer der jüngsten, kleinsten Eiszeit mit der mächtigen Hochterrasse so aufgeräumt haben.

Jedoch auch auf eine andere Art lässt sich das Fehlen des Deckenschotters erklären. Könnte er nicht unter der Hochterrasse liegen? Denn die Ablagerung ist doch in ein Senkungsgebiet hinein erfolgt.

Nach der Bildung der Hochterrasse zogen sich nun die Gletscherzungen des Addagletschers infolge eines wärmeren Klimas wie andere Gletscher bis in ihre Stammtäler zurück. Denn die Flora bei Cadenabbia (Nr. 6) im Interglacial beweist ein wärmeres Klima.

Erst später, bei abnehmender Temperatur und zunehmender Feuchtigkeit, drang der Addagletscher abermals vor, jetzt aber nicht ganz so weit, wie in der vorigen Eiszeit, d. h. nur im Amphitheater von Como; denn in demjenigen der Valmadrerazunge liegt die äusserste Stirnmoräne südlicher, wie die noch erhaltenen Stirnmoränen der vorletzten Eiszeit im Comoamphitheater. Auch die Wässer dieser letzten Eiszeit zerstörten zum Teil die neuabgesetzten Endmoränen, verschwemmten die Hochterrasse zum grössten Teil und setzten in ihr Erosionsgebiet die Schotter der letzten Eiszeit ab, nämlich die Niederterrasse. Erst in diese gruben sich die grossen Flüsse und Bäche ein und bildeten die Erosionsterrassen der Adda und des Lambro.

Die zwei Eiszeiten sind also vertreten durch zwei Akkumulationsterrassen, nämlich Niederterrasse einerseits und Hochterrasse andererseits.

Zieht man schliesslich einen Vergleich zwischen den Moränenamphitheatern des Comer- und Leccosees, des Iseosees, des Gardasees und demjenigen der Dora Baltea bei Ivrea, so ergeben sich folgende Resultate:

Was die Räumlichkeit und Ausbreitung der Moränenwälle betrifft, so steht nach ganz elementarer Ausrechnung und in Übereinstimmung mit Rütimeyer (Nr. 4) das Gesamtgebiet der Amphitheater des Comer- und Leccosees an erster Stelle, entsprechend der Grösse und Beschaffenheit des Einzugsgebietes. Ihm folgt und steht an Grösse nicht viel zurück dasjenige vom Gardasee. Erst dann folgt das Moränenamphitheater von Ivrea und zum Schluss das kleinste von allen, dasjenige vom Lago d'Iseo.

Nach der Mächtigkeit der Wälle ergibt sich folgende Reihenfolge. In erster Linie stehen Ivrea- und Gardasee, dann Comer-, Leccosee und Iseosee.

Die Beschaffenheit der Amphitheater ist bei den drei andern sehr einfach, bei demjenigen des Comersees jedoch etwas kompli-

zierter, da alle andern nur ein Amphitheater aufweisen, in dem behandelten Gebiet jedoch vier solche (zwei grosse und zwei kleinere) auftreten. Die eigentliche Ursache dieser Erscheinung ist wohl in dem grossen Einzugsgebiet zu suchen, womit die grösste flächenhafte Ausbreitung des Moränenmaterials zusammenhängt; ferner trugen dazu bei das Bodenrelief und die Gabelung des Seebeckens bei Bellagio.

Das westlichste und östlichste dieser Amphitheater haben Stirnmoränen und Abfluss zusammen, während beim Como- und Iseosee beide getrennt sind, denn das kleine Amphitheater an der Adda betrachte ich, wie schon erwähnt, als eine Bildung, die nach Ablagerung der Terrassen erfolgte. Während beim alten Garda-Oglio- und Addagletscher in der «centralen Depression» hinter dem Amphitheater grosse Seebecken liegen, ist dies, abgesehen von unbedeutenden Seelein, beim alten Dorabalteagletscher nicht der Fall.

Nachtrag.

Nach Abschluss meiner Dissertation erhalte ich Kenntnis von der interessanten Arbeit Taramellis «*I tre laghi, studio geologico, orografico*», Milano 1903, zu der ich, soweit sie sich auf das von mir untersuchte Gebiet bezieht, einige Anmerkungen machen möchte.

Unnötig dürfte meine Karte neben der von Taramelli nicht sein, da eine ganze Anzahl sich auf Tatsachen und Theorie beziehende Unterschiede vorkommen:

Taramelli's Karte enthält keine Spezifizierung der Wallmoränen, wie ich sie gebe, da wie er meint, der Massstab seiner Karte zu klein war; sie gehören aber doch wohl, schematisch angegeben, zum Bild der Moränenlandschaft.

Er gibt ferner keine Profile über die obere Blockgrenze des alten Addagletschers im Bereich des Comerseebeckens, wie sie sich in meinem Text finden.

Den etwas verschwommenen Ausführungen Taramellis bezüglich des Diluviums lässt sich oft schwer folgen; es fehlt an einer klaren, genetischen Darlegung bezüglich der Terrassen.

Soweit es sich aus seiner Beschreibung ersehen lässt, entsprechen die von ihm gebrauchten Ausdrücke in der folgenden Kolumne I ungefähr der von mir angenommenen Terminologie von Penck in Kolumne II

Diluvium	recente.	Niederterrasse.
»	medio.	Hochterrasse.
»	antico.	Deckenschotter.

Pencks Bezeichnungen haben eine klare, einheitliche, genetische Beziehung zu den Eiszeiten und sind daher einer mehr stratigraphischen Bezeichnungsweise wohl vorzuziehen. Was steckt nicht alles in Taramellis «*Diluvio recente*»: Terrassenkies, aber auch Grundmoräne, verschwemmter Schutt, Lehm, Torf, geschichtete Sande, also genetisch total verschiedene Dinge.

Taramelli nimmt zwar mehrere Eiszeiten an, unterscheidet aber keine äussere Moränenzone, wiewohl sie vorhanden ist, z. B. bei Appiano, wo stark zersetzte und ferettisierte Wälle auftreten.

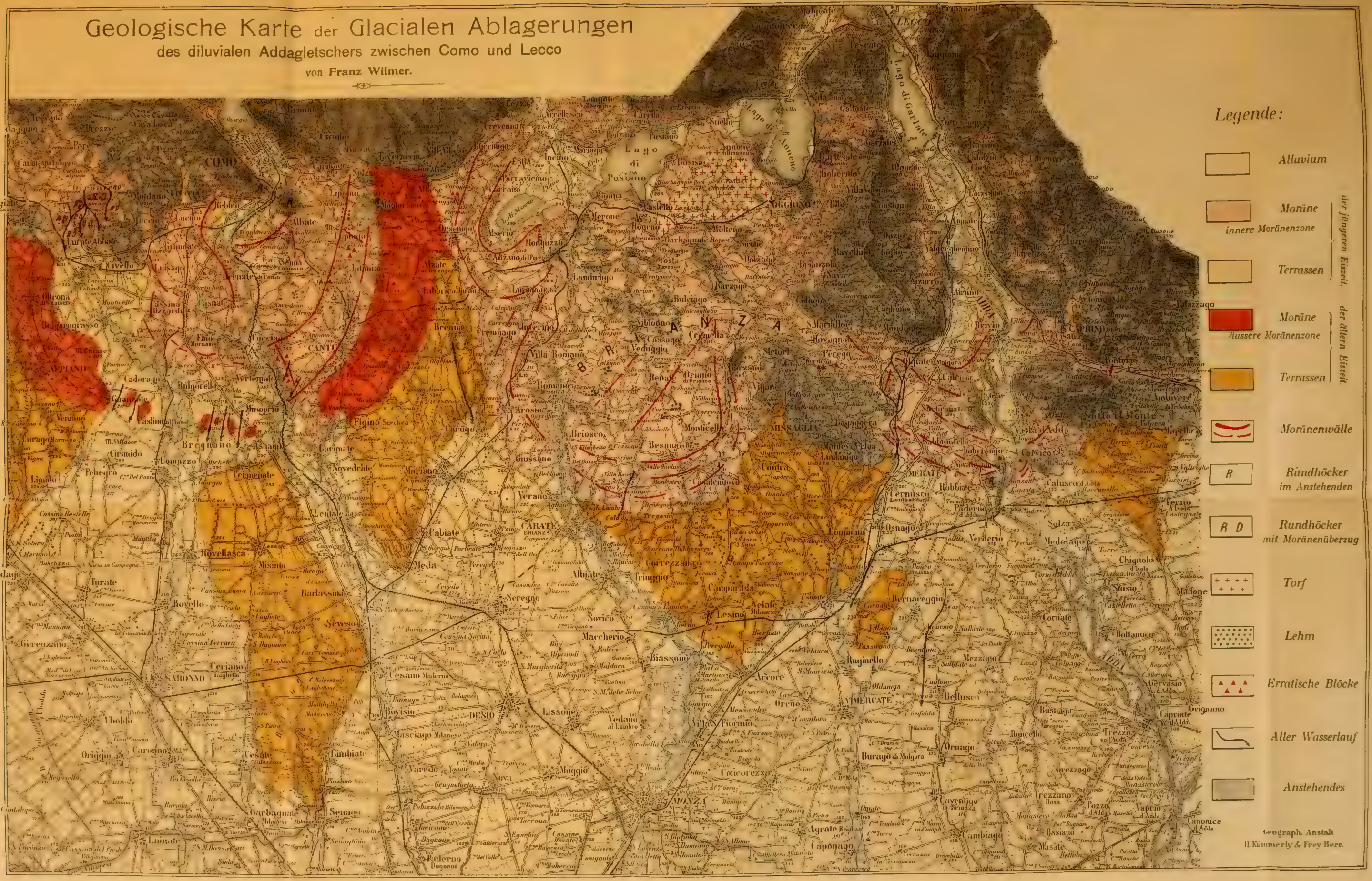
Es muss nachdrücklich betont werden, dass Verfestigung in Schottern aller Altersstufen vorkommt (auf der Süd- wie auf der Nordseite der Alpen), und dass sie daher ein zweideutiges Argument für Altersbestimmung darstellt. Es kann der Niederterrassenschotter lokal stark verfestigt sein, selbst Moränenwälle zeigen Ceppobildung wie z. B. eine der Mittelmoränen des Valmadreragletschers und viele Stellen im Amphitheater von Como. Ceppo ist also ein stratigraphisch und genetisch nur in beschränkter Weise verwendbarer Begriff. Die Ansichten von Taramelli über Ceppobildung (*Cementazione contemporanea al trasporto, p. 84*) teilen wir nicht, wir glauben, dass die unteren lockeren Partien des Konglomerats nach und nach durch Infiltration verkittet wurden; Verkittung und Verwitterung gingen Hand in Hand.

Auf Taramellis Karte ist mehrfach Diluvio medio angegeben, wo ich Niederterrasse (Diluvio recente) habe. Für mich ist ausschlaggebend der Grad von Frische der Gerölle über grosse Flächen hin, so bei Paderno; von Merate ausgehend bis weit hin nach Süden. Überall sind hier die Geschiebe frisch; bei meinen Untersuchungen war von Feretto nichts zu bemerken. Während ich den Aufschluss bei Paderno ganz als Niederterrasse bezeichne, mit abwechselnder Verfestigung (vide Profil Seite 73), hat Taramelli folgende Einteilung dafür:

Geologische Karte der Glacialen Ablagerungen

des diluvialen Addagletschers zwischen Como und Lecco

von **Franz Wilmer.**

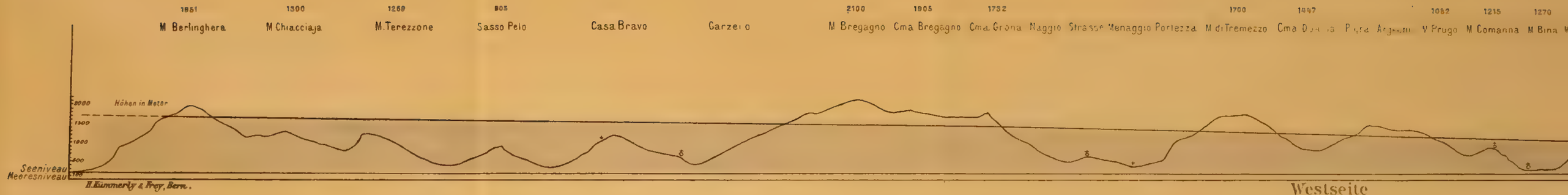


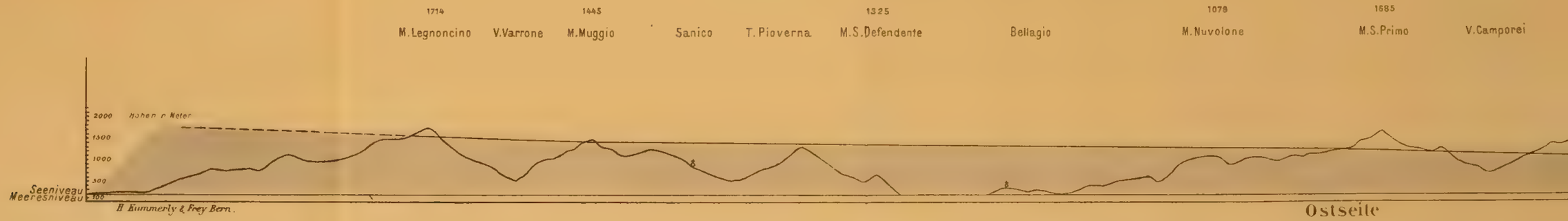
Istituto geografico militare 1903

Scala chilometrica di 1 a 100.000

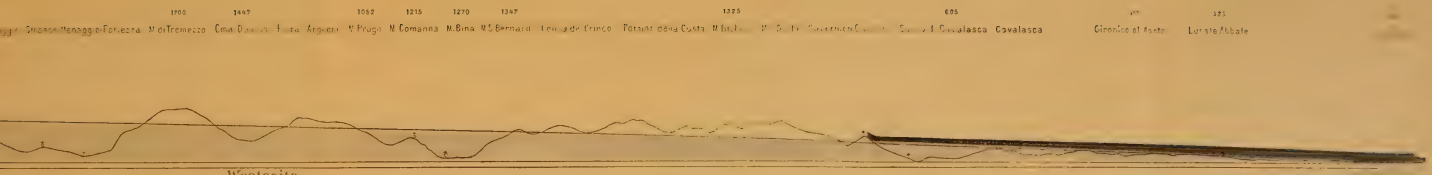
L'equidistanza è di 50 metri

Riproduzione riservata





Profil der obern Blockgrenze des diluvialen Addagletschers. Maßstab 1:100000.



von Franz Hölmer

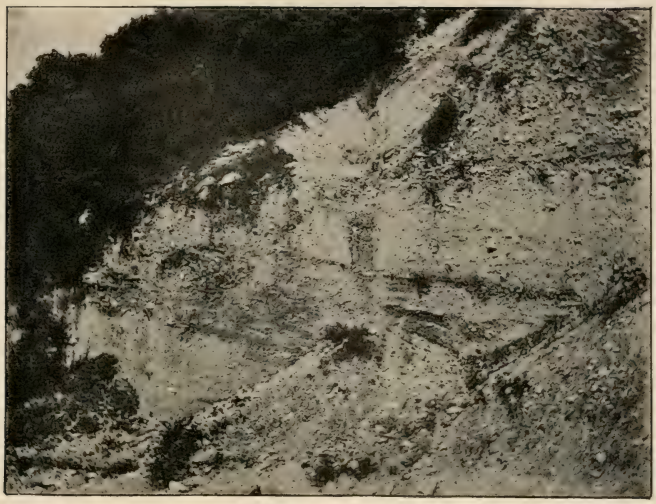
e des diluvialen Addagletschers. Maßstab 1:100000.

Niveau der älteren Vergletscherung.
Niveau der jüngeren Vergletscherung

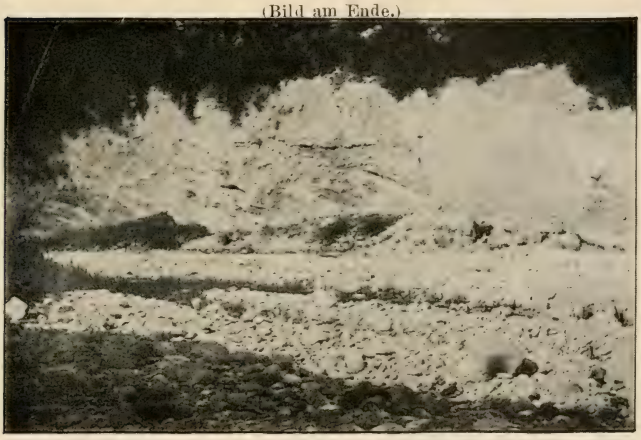
Nr. 1. Moräne auf Fluvioglacial bei Imbersago.
(Linke Seite des Aufschlusses.)

Nr. 2. Moräne auf Fluvioglacial bei Imbersago.
(Rechte Seite des Aufschlusses.)

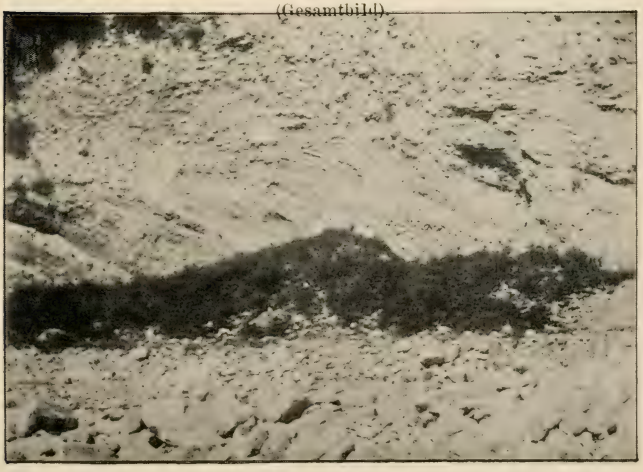
Nr. 3. Erratische Blockkolonie an der Cima Grona.
(Bei 1400 m.)



Nr. 4. Interstadiales Delta bei Campo.
(Bild am Ende.)



Nr. 5. Interstadiales Delta bei Campo.
(Gesamtbild).



Nr. 6. Interstadiales Delta bei Campo.
(Bild aus der Mitte.)

Nr. 7. Ceppobildung abwechselnd mit losem Geröll bei Paderno.

Nr. 9. Rückl. Terrassen bei Blevio.

Nr. 8. Monte Nuvolone.
(Terrassen.)

Oben. 1. Diluvio antico mit alpinen Elementen.
2. Konglomerat des Villafranchiano.
3. Diatomeenmergel ähnlich denen von Pianico mit præalpinen Geröllen vom Val Brembo.

Von letzteren Mergeln habe ich an den von mir untersuchten Stellen bei Paderno nichts bemerkt, obwohl ich bei Gelegenheit des Dammbaues in den Taucherschächten war und auch hier nur frische Geschiebe und anstehenden Kalk (zirka 15 m unter der Wasseroberfläche) fand.

Ferner bezeichnet er noch als Hochterrasse die von mir nachgewiesene Niederterrasse zwischen Cirimido, Turate, Saronno, wo alle Aufschlüsse frisches Material zeigten. Ebenfalls zeigte sich dieses in dem von ihm angenommenen Hochterrassenstreifen. bei Vimercate, Oreno und Monza.

Merkwürdig ist, dass sein *Diluvio medio* und *antico* so oft an die jüngsten Moränen stösst, wo man doch die Produkte der Abschwemmung derselben, also *Diluvio recente* mehr entwickelt erwarten sollte.

Taramelli gibt vielfach Streifen von *Diluvio recente* zwischen *Diluvio medio* und *antico* an, wo nur unbedeutende postglaciale Alluvion zu sehen ist, so z. B. dem alten Wasserlauf im Val Brenna entsprechend, ferner im Oberlauf des Lambro und schliesslich noch im Oberlauf der Molgora in der von mir bestimmten Hochterrasse bei Lomagna.

Das Schema idrografico der Quarternärepoche erscheint vielfach, z. B. mit Bezug auf die Flüsse des *Diluvio antico* und *medio*, unverständlich und phantastisch und ist auch im Text nicht begründet. Taramelli sagt übrigens p. 113 selbst: «*Quindi la ricostrazione teorica della idrografia dei periodi interglaciali e tuttora molto confusa.*»

Ad. Gasser.

Ueber die Nullstellen der Besselschen Funktionen.

(Eingereicht im Juli 1904.)

Einleitung.

Als allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - a^2)\, y = 0,$$

worin a eine beliebige Zahl bedeutet, kann gesetzt werden:

$$y = A \overset{a}{J}(x) + B \overset{a}{K}(x).^1)$$

A und B sind arbiträre Konstante, $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ nennen wir die *Besselschen Funktionen I. Art.*

$\overset{a}{J}(x)$ lässt sich durch folgende Reihe darstellen

$$\overset{a}{J}(x) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} (-1)^{\lambda} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{a+2\lambda}}{\lambda!\, \Gamma(a+\lambda+1)}.$$

woraus sich das Integral ergibt

$$\overset{a}{J}(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\frac{N}{x}}^{0} e^{\frac{x}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)} t^{-a-1}\, dt.$$

N ist eine zum unendlich Werden bestimmte Zahl.

Zwischen $\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a}{J}(x)$ besteht die Beziehung

$$\overset{a}{K}(x) = \operatorname{cotg} a\pi\, \overset{a}{J}(x) - \frac{1}{\sin a\pi} \overset{-a}{J}(x),$$

woraus sich auch eine Summenformel und Integraldarstellungen für $\overset{a}{K}(x)$ bilden lassen.

Auf die Besselschen Funktionen stösst man bei der mathematischen Behandlung mehrerer physikalischer und astronomischer Probleme, und es spielen darin meist die Nullstellen derselben eine bedeutende Rolle.

---

[1]) L. Schläfli, Annali di Matem. Ser. II[a] T. VI.

Von verschiedenen Mathematikern sind daher Untersuchungen angestellt worden, um die Zahl und Lage derselben zu ermitteln, ohne dass es bis dahin gelungen ist, einen einfachen Weg zur genauen Berechnung zu finden.

Wir haben uns die Aufgabe gestellt, die bis dahin bekannten Resultate und eingeschlagenen Methoden kurz zusammenzustellen und in einem zweiten Abschnitt eine derselben weiterzuführen.

I. Historischer Überblick.

Bereits *Poisson*[1]) hat gezeigt, dass die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ für reelle a *nur reelle Wurzeln* besitzen kann. Er stellt das Integral auf:

$$\int_0^1 t \overset{a}{J}(\alpha t) \cdot \overset{a}{J}(\beta t)\, dt = 0,$$

worin α und β zwei beliebige aber verschiedene Wurzeln von $\overset{a}{J}(x) = 0$ bedeuten. Wäre α komplex, so könnten wir als β die konjugiert komplexe Wurzel wählen, es müssten dann auch $\overset{a}{J}(\alpha t)$ und $\overset{a}{J}(\beta t)$ konjugiert sein; ihr Produkt wäre positiv längs des ganzen Weges, somit könnte das Integral nicht den Wert Null annehmen.

Kurze Zeit später hat *Sturm*[2]) eine allgemeine Methode entwickelt, welche, angewendet auf die Besselschen Funktionen, sehr weitgehende Schlüsse auf die Lage ihrer Nullstellen zulässt. Da wir jedoch dieselbe im zweiten Teil unserer Arbeit einlässlich behandeln, so sei sie hier nur erwähnt. Dagegen müssen wir uns etwas länger bei der interessanten Untersuchung von *Hurwitz*[3]) aufhalten. Er beschäftigt sich nicht direkt mit den Besselschen Funktionen, wie wir sie eingangs definiert haben, sondern geht aus von einer verwandten aber einfachern Reihe. Er setzt

---

[1]) Sur la distribut. d. l. chaleur d. l. corps solides. Paris 1821.
[2]) Liouville Journal. Vol. 1. 1831.
[3]) Math. Annalen. Bd. 33. 1889.

$$f_a(z) = \frac{1}{\Gamma(a+1)} + \frac{z}{\Gamma(a+2)\cdot 1!} + \cdots + \frac{z^r}{\Gamma(a+r+1)\cdot r!} + \cdots$$

und es gilt dann:

$$\overset{a}{J}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^a f_a\left(-\frac{x^2}{4}\right).$$

Daraus ergeben sich mit Leichtigkeit die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$, wenn diejenigen von $f_a(z)$ bekannt sind. Hurwitz sucht die Aufgabe weiterhin zu vereinfachen, indem er die transzendente Funktion $f_a(z)$ durch eine rationale zu ersetzen sucht, deren Nullstellen in einem bestimmten Grenzfall mit denjenigen der transzendenten zusammenfallen. Zu diesem Zwecke beweist er folgenden Satz: *Es sei $f(z)$ die gleichmässige Grenze der Funktionsreihe*

$$g_0(z),\ g_1(z),\ g_2(z),\ \cdots\cdots,\ g_\nu(z),\ \cdots\cdots$$

so dass gilt $\lim_{\nu=\infty} g_\nu(z) \equiv f(z)$, *so liegen in einem Gebiet, in welchem $f(z)$ endlich und stetig, und die Funktionen $g_\nu(z)$ alle den Charakter einer rationalen Funktion besitzen, die Nullstellen von $f(z)$ in den Verdichtungsstellen der Wurzeln der Gleichungen*

$$g_0(z) = 0,\ \ g_1(z) = 0,\ \ g_2(z) = 0,\ \ \cdots\cdots g_\nu(z) = 0$$

und zwar liegen in einer beliebig kleinen Umgebung der Stelle w, die eine r-fache Wurzel von $f(z) = 0$ ist, genau r Nullstellen von $g_\nu(z)$, so bald ν eine bestimmte, von der Grösse jener Umgebung abhängende Zahl überschreitet.

Als solche Hilfsfunktion $g_\nu(z)$ wählt Hurwitz Zähler und Nenner der Kettenbruchentwicklung des Quotienten $\frac{f_a(z)}{f_{a+1}(z)}$, welche Funktionen von *Heine*[1]), *Christoffel*[2]) und *Lommel*[3]) bearbeitet worden sind.

$g^a_\nu(z)$ ist definiert durch die Reihe

$$g^a_\nu(z) = \sum_{r=0} \binom{\nu - r}{r} \frac{\Gamma(a+\nu-r)}{\Gamma(a+r)} z^r$$

und hängt in folgender Weise mit $f(z)$ zusammen:

$$g^a_\nu = \frac{(-1)^\nu \cdot \pi}{\sin a\pi} \left\{ f_{a-1} \cdot f_{-a-\nu} - z f_{-a+1} \cdot f_{a+\nu} \right\}.$$

---

[1]) Heine, Handbuch der Kugelfunkt. Bd. 1.
[2]) Crelle Journal Bd. 58.
[3]) Math. Annalen Bd. 4.

Setzt man für $f_{a+\nu}$ und $f_{-a-\nu}$ die Reihenentwicklungen ein, so lässt sich leicht zeigen, dass $\lim_{\nu=\infty} \frac{g^a_\nu}{\Gamma(a+\nu)} = f_{a-1}$. Man findet daher die Wurzeln der Gleichung $f_a(z) = 0$ mit beliebiger Genauigkeit, indem man diejenigen von $g^{a+1}_\nu(z) = 0$ bestimmt. Mit wachsendem ν wird die Übereinstimmung immer besser. Diese Hilfsfunktion $g^a_\nu(z)$ ist nebenbei bemerkt nahe verwandt mit der von *Graf* und *Gubler*[1]) eingeführten *Schläflischen Funktion*, deren Definition ganz ähnlich lautet.

Sie ist definiert als Zähler und Nenner der Kettenbruchentwicklung von $\frac{\overset{a}{J}(x)}{\overset{a-1}{J}(x)}$. Es ist

$$\frac{\overset{a}{J}(x)}{\overset{a-1}{J}(x)} = \lim_{\nu=\infty} \frac{\overset{a}{P}_\nu(x)}{\overset{a-1}{P}_{\nu+1}(x)},$$

wobei $\overset{a}{P}_\nu(x)$ die ν^{te} Schläflische Funktion mit dem Parameter a bezeichnet. $\overset{a}{J}(x)$ bildet ihre gleichmässige Grenze. Ferner ist

$$\overset{a}{P}_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \sum_{r=0} (-1)^r \binom{\nu-r}{r} \frac{\Gamma(a+\nu-r+1)}{\Gamma(a+\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r}.$$

Mit der Summenformel von $g_\nu(z)$ verglichen, ergibt sich

$$\overset{a}{P}_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \overset{a+1}{g}_\nu\left(-\frac{x^2}{4}\right),$$

somit fallen die Nullstellen von $\overset{a}{P}_\nu(x)$ mit denjenigen von $\overset{a+1}{g}_\nu\left(-\frac{x^2}{4}\right)$ zusammen, und es gilt der Satz:

Die Nullstellen der Besselschen Funktion $\overset{a}{J}(x)$ liegen in den Verdichtungsstellen derjenigen der Schläflischen Funktion.

Anmerkung. Es ist uns gelungen, eine Differentialgleichung der Schläflischen Funktion aufzustellen. Sie lautet:

$$\frac{x^2}{4}\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{x}{2}\frac{d^3y}{dx^3} - (p-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{p}{2x} + 2x\right)\frac{dy}{dx} + \frac{qy}{4x^2} = 0,$$

wobei

$$p = m\left(\frac{m}{2} + a + 1\right) + \left(a + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$q = m(m+2)\left\{4a(a+m+1) + m(m+2)\right\}.$$

[1]) Theorie der Besselschen Funkt. II. Art. S. 99. Bern.

Die weitern Schlüsse von Hurwitz basieren auf einem bekannten Sturmschen Satz über den Zeichenwechsel innerhalb einer Funktionsreihe bei Variationen des Arguments. Der Vollständigkeit halber wollen wir diesen kurz vorführen.

Es sei folgende Funktionsreihe gegeben:

$$V_m,\ V_{m-1},\ \cdots V_{\mu+1},\ V_\mu,\ V_{\mu-1} \cdots V_1,\ V_0.$$

V_i sei eine ganze rationale Funktion der komplexen Variablen z vom Grade i. Der Koeffizient von z^i sei positiv. Ferner erfülle V_i die Bedingungen:

1. Wenn $i \lesseqgtr \mu$, so besitzen, wenn V_i verschwindet, die Funktionen V_{i+1} und V_{i-1} von Null verschiedene Werte von ungleichem Vorzeichen, dagegen wenn $i = \mu$, so sollen sie gleiche Vorzeichen haben.
2. Geht z von $-\infty$ bis $+\infty$, so geht $\frac{V_m}{V_{m-1}}$ überall, wo der Quotient $= 0$ wird, von negativen zu positiven Werten über; oder mit andern Worten: Zwischen 2 aufeinanderfolgenden Nullstellen von V_m muss stets eine ungerade Zahl von Nullstellen von V_{m-1} liegen.
3. Die Gleichung $V_m = 0$ hat keine mehrfachen reellen Wurzeln.

Unter diesen Voraussetzungen hat die Reihe $V_\mu,\ V_{\mu-1} \cdots V_1,\ V_0$ für $z = -\infty$ μ Zeichenwechsel, während sie für $z = +\infty$ μ Zeichenfolgen aufweist. Geht daher z von $-\infty$ bis $+\infty$, so gehen μ Zeichenwechsel verloren. Es ist klar, dass ein solcher Verlust nur stattfinden kann, wenn eine der Funktionen V durch 0 hindurch geht, und durch die Voraussetzung 1) beschränkt sich dieser Verlust auf diejenigen Nullstellen von V_μ, wo $\frac{V_\mu}{V_{\mu-1}}$ von negativen zu positiven Werten übergeht. Es muss deshalb V_μ wenigstens μ reelle Wurzeln haben. Da diese Funktion aber vom Grade μ ist, so folgt der Satz: *Die Gleichung $V_\mu = 0$ hat nur reelle Wurzeln, und es geht der Quotient $\frac{V_\mu}{V_{\mu-1}}$ jedesmal, wenn er verschwindet, von negativen zu positiven Werten über.*

Auf gleiche Weise ziehen wir Schlüsse aus der Reihe $V_m,\ V_{m-1},\ \cdots V_{\mu+1},\ V_\mu,\ V_{\mu-1},\ \cdots V_1,\ V_0$; durchläuft z alle Werte

von $-\infty$ bis $+\infty$, so gehen m Zeichenwechsel verloren. Ein solcher Verlust kann hier eintreten erstens, wenn $V_m = 0$, und zweitens, wenn $V_\mu = 0$. Im letztern Falle gehen immer gleichzeitig zwei Zeichenwechsel verloren. Da $V_\mu = 0$ μ reelle Wurzeln besitzt, so ist die Zahl dieser Verluste 2μ. Es bleiben deshalb noch $m-2\mu$ Verluste an Zeichenwechseln, die vom Verschwinden der Funktion V_m herrühren. Es muss diese somit *$m-2\mu$ reelle und 2μ imaginäre Nullstellen besitzen.*

Die Bedingungen, denen die Funktionen V unterworfen sind, werden durch die g-Funktionen erfüllt, wie aus der Summenformel[1])

$$\overset{a}{g}_{2\nu} = \sum_{r=0} \binom{2\nu-r}{r} \frac{\Gamma(a+2\nu-r)}{\Gamma(a+r)} z^r$$

und der daraus abgeleiteten Beziehung

$$(a+2\nu-1)\, g_{2\nu+2} = C_{2\nu}\, g_{2\nu} - (a+2\nu+1)\, z^2\, g_{2\nu-2},$$

wobei $C_\nu = (a+\nu)\{(a+\nu-1)(a+\nu+1)+2z\}$,

leicht ersichtlich ist. Wenn $g_{2\nu} = 0$, so müssen $g_{2\nu+2}$ und $g_{2\nu-2}$ ungleiche Vorzeichen besitzen, so lange sowohl $(a+2\nu-1)$ als $(a+2\nu+1)$ positiv ist. Da ν von 1 an zählt, so ist dies sicher der Fall, sobald $a > -1$. Es kann deshalb in der Reihe $g_{2\nu}$, $g_{2\nu-2} \cdots g_2$, g_0 nur ein Zeichenwechsel verloren gehen, wenn $g_{2\nu} = 0$ wird. Da im ganzen ν solcher Verluste erfolgen und dies zugleich die Zahl der Nullstellen von $g_{2\nu}$ ist, so gilt folgender Satz: *Ist $a > -1$, so besitzen die Gleichungen $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ für jedes ν nur reelle Wurzeln, und es geht der Quotient $\frac{\overset{a}{g}_{2\nu}(z)}{\overset{a}{g}_{2\nu-2}(z)}$ jedesmal, wenn z eine Nullstelle von $g_{2\nu}(z)$ passiert, von negativen zu positiven Werten über.*

Die Zahl der positiven Wurzeln erhalten wir, indem wir z von 0 bis $+\infty$ wachsen lassen und die Zahl der eintretenden Verluste an Zeichenwechseln bestimmen. Für $z = 0$ ist aber:

$$g_0 = 1, \quad g_2 = a(a+1), \quad g_4 = (a+2)(a+3)\, g_2$$

allgemein: $g_{2\nu+2} = (a+2\nu)(a+2\nu+1)\, g_{2\nu}$.

[1]) Der Einfachheit halber betrachten wir nur die geraden g-Funktionen.

Für positive a sind alle diese Ausdrücke positiv, es tritt somit kein Zeichenwechsel ein, wenn z von 0 bis $+\infty$ wächst und deshalb haben die Gleichungen $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ keine positiven Wurzeln. Liegt dagegen a zwischen 0 und -1, so ist $|\overset{a}{g}_2(z)|_{z=0}$ negativ, und es geht mit wachsendem z ein Zeichenwechsel verloren. Wir erhalten somit den Satz:

Die Gleichung $\overset{a}{g}_{2\nu}(z) = 0$ *hat eine positive und* $\nu - 1$ *negative Wurzeln, wenn a zwischen* -1 *und 0 liegt, dagegen sind alle Wurzeln negativ, wenn* $a > 0$. Ist aber $a < -1$, liegt es z. B. zwischen $-(2\mu - 1)$ und $-(2\mu + 1)$, wo μ eine ganze positive Zahl bedeutet, so folgt aus

$$(a + 2\nu - 1)\, g_{2\nu+2} = c_{2\nu}\, g_{2\nu} - (a + 2\nu + 1)\, z^2\, g_{2\nu-2},$$

dass in der Funktionsreihe

$$g_{2\nu},\ g_{2\nu+2}, \cdots g_{2\mu+2},\ g_{2\mu},\ g_{2\mu-2}, \cdots g_0$$

immer, wenn eine der Funktionen verschwindet, die benachbarten gleiches Vorzeichen besitzen, ausgenommen dann, wenn $g_{2\mu}$ zu Null wird.

Ferner lässt sich zeigen, dass für grosse ν der Differentialquotient von $\dfrac{g_{2\nu}}{g_{2\nu-2}}$ einen positiven, von Null verschiedenen Wert besitzt und somit erfüllt die Funktionsreihe

$$g_{2\nu},\quad g_{2\nu-2} \cdots\quad g_{2\mu} \cdots\quad g_0$$

für grosse ν alle Bedingungen, die wir für die Reihe

$$V_m,\quad V_{m-1} \cdots\quad V_\mu \cdots\quad V_0$$

aufgestellt haben, und so können wir den für die Funktion V_m ausgesprochenen Satz auf unsere Funktion $\overset{a}{g}_{2\nu}$ anwenden.

Wir untersuchen wieder die Zahl der positiven Wurzeln. Für $z = 0$ ist $\overset{a}{g}_{2\nu+2} = (a + 2\nu)\,(a + 2\nu + 1)$. Liegt a zwischen $-(2\mu - 1)$ und $-(2\mu)$, so hat $\overset{a}{g}_{2\nu+2}$ für jedes ν das positive Zeichen, während, wenn a zwischen $-(2\mu + 1)$ und -2μ gelegen ist, $\overset{a}{g}_{2\mu+2}(z)$ das einzige Glied ist, das für $z = 0$ negativ wird. Wir erhalten also im letztern Falle einen einzigen Verlust an Zeichenwechseln, wenn z von 0 bis $+\infty$ wächst. Dies er-

gibt den Satz: *Liegt a zwischen* $-(2\mu+1)$ *und* $-(2\mu-1)$, *so besitzt die Gleichung* $\overset{a}{g}_{2\nu}(z)=0$ *genau* 2μ *imaginäre Wurzeln, falls* ν *eine gewisse Zahl N überschreitet. Zugleich ist von den reellen Wurzeln dieser Gleichung eine oder keine positiv, je nachdem a zwischen* $-(2\mu+1)$ *und* -2μ *oder zwischen* -2μ *und* $-(2\mu-1)$ *liegt.*

Da die Nullstellen der Besselschen Reihe $f_{a-1}(z)$ in den Verdichtungsstellen der Wurzeln der Gleichungen $\overset{a}{g}_{\nu}(z)=0$ liegen und diejenigen der Besselschen Funktion $\overset{a-1}{J}(x)$ gefunden werden, indem man setzt $-\frac{x^2}{4}=z$, so ergibt sich ohne weiteres:

Die Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{J}(x)=0$ *sind sämtlich reell und paarweise entgegengesetzt gleich, wenn* $a>-1$. *Liegt aber a zwischen* -1 *und* -2, *so fallen 2 derselben auf die imaginäre Axe und liegen symetrisch zum Nullpunkt.*

Dagegen können wir die Sätze für den Fall, wo $a<-2$ nicht ohne weiteres anwenden, da die Verdichtungsstelle eines Systems komplexer Werte nicht notwendigerweise komplex sein muss. Um nachzuweisen, dass sie es in diesem Falle ist, gehen wir aus von der Gleichung

$$g_{2\nu}(z)+\lambda g_{(2\nu+1)}(z)=0,$$

wobei λ einen reellen variablen Parameter bedeutet. Für $\lambda=0$ hat diese Gleichung für ein genügend grosses ν sicher μ-Paare konjugiert komplexer Wurzeln. Variiert r, so kann ein solches Paar nur verschwinden, wenn sich die konjugierten Werte auf der Realitätsgeraden treffen und eine reelle Doppelwurzel bilden. In diesem Punkte würde aber, da $\frac{g_{2\nu+1}}{g_{2\nu}}=-\frac{1}{\lambda}$, der Differentialquotient dieses Bruches $=0$, was nach früherem nicht möglich ist. Durchläuft deshalb λ kontinuierlich alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$, so bewegen sich die komplexen Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{g}_{2\nu}(z)+\lambda\overset{a}{g}_{2\nu+1}(z)=0$ auf einer Kurve, die aus 2μ getrennten Zügen besteht. Es lässt sich zeigen, dass diese ganz im Endlichen liegen und in sich geschlossene Ovale bilden, von denen keines das andere schneidet oder berührt. Dagegen wird jedes

Oval, das zur Gleichung $g_{2\nu} + \lambda g_{2\nu+1} = 0$ gehört, von Innen berührt durch ein Oval, auf dem die komplexen Wurzeln der Gleichung $g_{2(\nu+1)} + \lambda g_{2(\nu+1)+1} = 0$ liegen. Der Berührungspunkt liegt da, wo $g_{2\nu+1}(z) = 0$. Ferner müssen sich die Ovale mit wachsendem ν verkleinern, und jedes schrumpft für $\nu = \infty$ in einen Punkt zusammen, der nach früherem eine Nullstelle von $f(z)$ sein muss.

Da aber $$\overset{a}{J}(x) = \left(\frac{x}{2}\right) f_a\left(-\frac{x^2}{4}\right),$$

so erhält man die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$, indem wir setzen

$$z = -\frac{x^2}{4}$$

und nach x auflösen.

Wir bekommen dann aus einem konjugierten Wurzelpaar von $f_a(z) = 0$ deren zwei für die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$. Die Resultate von Hurwitz auf die Besselschen Funktionen übertragen, lauten somit:

Die Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ hat für negative, zwischen $-(2\mu+2)$ und -2μ liegende Werte von a genau 2μ-Paare konjugiert komplexer und übrigens unendlich viele reelle Wurzeln. Zur nähern Bestimmung der komplexen Wurzeln hat man eine unendliche Reihe algebraischer Kurven

$$\psi_\nu(x, y) = 0, \quad \psi_{\nu+1}(x, y) = 0 \ldots,$$

von denen jede einzelne aus 4μ im Endlichen und aussereinanderliegenden Ovalen besteht. Das einzelne Oval der Kurve $\psi_\nu = 0$ berührt und umschliesst je ein Oval der nächstfolgenden Kurve $\psi_{\nu+1} = 0$ und enthält zugleich in seinem Innern je eine imaginäre Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$. Auf diese Nullstelle zieht sich das Oval mit wachsendem ν immer mehr zusammen. Dazu kommen noch zwei auf der lateralen Axe liegende Wurzeln für den Fall, dass a zwischen $-(2\mu+1)$ und $-(2\mu+2)$ liegt.

Durch Anwendung von Integralsätzen bestimmt Hurwitz *die Lage der komplexen Wurzeln* von $f_a(z) = 0$ noch genauer; das Resultat spricht er aus in dem Satz: *Die komplexen Wurzeln der Gleichung $-f_{a-1}(z) = 0$ liegen in denjenigen Gebieten der Ebene, in denen die Funktion*

$$h_\nu(x, y) = \frac{g_\nu(z) \cdot g_{\nu-1}(z') - g_{\nu-1}(z) \cdot g_\nu(z')}{z - z'}$$

negativ ist.

Dabei bedeuten z und z′ 2 konjugierte Werte und ν eine ganze Zahl, die der Bedingung: $a+\nu>0$, genügt. Ferner hat er den Fall untersucht, wenn *a eine komplexe Zahl* mit positivem reellem Bestandteil ist, und dabei folgendes gefunden:

Es sei a eine Zahl mit positivem reellem Bestandteil. Man ziehe durch den Punkt $-\frac{a^2}{4}$ *zwei Halbstrahlen, von welchen der erste parallel zur Axe der negativen reellen Zahlen läuft, während die Verlängerung des zweiten durch den Nullpunkt geht. Die sämtlichen Wurzeln der Gleichung* $f_a(z) = 0$ *liegen dann in dem von den genannten Strahlen begrenzten (konvexen) Winkelraum.*

Auf die Beweise dieser letzten Sätze können wir nicht eintreten, da sonst unsere Arbeit zu ausgedehnt würde; der Vollständigkeit halber haben wir sie trotzdem angeführt.

Das sind in kurzen Zügen die Resultate, die wir Hurwitz verdanken. Seine höchst interessante Methode gibt uns genauen Aufschluss über die Zahl der Nullstellen der Besselschen Funktion, lässt aber die Lage derselben ziemlich unbestimmt. Immerhin liefern diese Resultate eine erste Annäherung.

Wir wenden uns nun zur Besprechung einer Note von *Rudsky.*[1])

Eingangs derselben führt er einen Beweis, dass zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ stets eine, aber nur eine Nullstelle von $\overset{a+1}{J}(x)$ liegen kann. Dieser Beweis wurde später auch von Bocher[2]) gegeben, und wir wollen ihn kurz reproduzieren.

Es sei gegeben

$$y(z) = 1 - \frac{z}{a+1} + \frac{z^2}{2!(a+1)(a+2)} - \frac{z^3}{3!(a+1)(a+2)(a+3)} + \cdots,$$

[1]) Mém. de la Société Roy. d. Sciences de Liège (2) Bd. 18.

[2]) Bull. Americ. Math. Soc. (2) Bd. 3. 97.

dann ist $\overset{a}{y}(z) = \Gamma(a+1)\left(\frac{x}{2}\right)^{-a}\overset{a}{J}(x)$, wenn

$$z = +\frac{x^2}{4}.$$

$\overset{a}{y}\left(\frac{x^2}{4}\right)$ hat die gleichen Nullstellen wie $\overset{a}{J}(x)$.

$y(z)$ genügt der Differentialgleichung:

$$z\frac{d^2\overset{a}{y}}{dz^2} + (a+1)\frac{d\overset{a}{y}}{dz} + \overset{a}{y} = 0 \qquad (1)$$

und aus der Reihe folgt die Beziehung:

$$\overset{a+1}{y}(z) = -(a+1)\frac{d\overset{a}{y}}{dz}. \qquad (2)$$

Für $z = 0$ ist $\overset{a}{y}(z) = 1$

und $\frac{d\overset{a}{y}(z)}{dz}$ negativ für a, die grösser sind als -1.

Es muss somit $\overset{a}{y}(z)$ mit wachsendem z abnehmen und wenn es die Nulllinie passiert, so ist $\frac{d\overset{a}{y}(z)}{dz}$ immer noch negativ und somit nach (2) $\overset{a+1}{y}(z)$ positiv. Die erste Nullstelle von $\overset{a+1}{y}(z)$ muss also *nach* derjenigen von $\overset{a}{y}(z)$ liegen.

Nehmen wir zwei beliebige benachbarte Werte α und β, welche $\overset{a}{y}(z)$ zu Null machen, so muss, nach derselben Gleichung (2), zwischen diesen sich sicher *wenigstens eine* Nullstelle von $\overset{a+1}{y}(z)$ befinden.

Wären es mehr als eine, z. B. k, so müsste in dem Intervall (α, β) die zweite Ableitung (k—1)mal verschwinden. Die Differentialgleichung (1) zeigt uns aber, dass $\overset{a}{y}(z)$ sein Zeichen ebenso oft wechselt als $\frac{d^2\overset{a}{y}(z)}{d^2z}$.

Somit ist $k-1=0$

$$k = 1,$$

d. h. *zwischen zwei beliebigen aufeinanderfolgenden Wurzeln der Gleichung* $\overset{a}{y}(z) = 0$ *liegt eine, aber nur eine Wurzel von* $\overset{a+1}{y}(z) = 0$.

Rudski wendet sich nun speziell zur Untersuchung der Wurzeln von $J^{n+\frac{1}{2}}(x)$, wo n eine ganze Zahl bedeutet.

Nach *Poisson* lässt sich setzen:

$$y^{n+\frac{1}{2}}(x) = \frac{c}{x^{2n+1}} \left\{ X_n \sin x - X_n' \cos x \right\}.$$

Dabei bedeutet c eine Konstante, und X_n sowie X_n' sind ganze rationale Funktionen in x vom Grade n oder $n-1$, je nachdem n gerade oder ungerade ist.

Für $y^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ folgt

$$\cot x = \frac{X_n}{X_n'}.$$

Die Nullstellen von $y^{n+\frac{1}{2}}(x)$ liegen somit in den Schnittpunkten der beiden Kurven

$$v = \frac{X_n}{X_n'}; \qquad w = \cot x.$$

Es lässt sich nun zeigen, dass, sobald x grösser ist als die grösste Wurzel von $X_n = 0$ und $X_n' = 0$, der Quotient $\frac{X_n}{X_n'}$ stets einen endlichen Wert besitzt, der

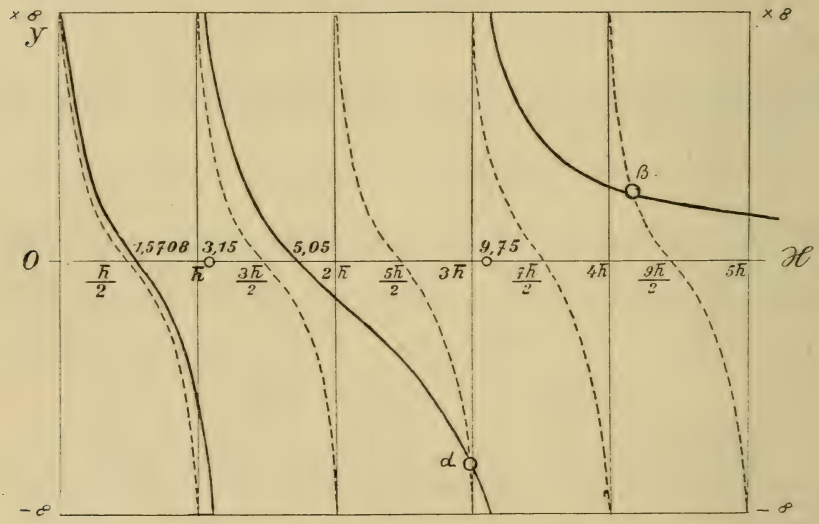
positiv ist für *ungerade* n und
negativ » gerade n.

Die Schnittpunkte der beiden Kurven liegen somit nur in ungeraden oder nur in geraden Quadranten; es gilt also der Satz:

Nachdem x den Wert der grössten Wurzel der Polynome X_n und X_n' überschritten hat, liegen die Wurzeln der Gleichung $J^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ nur in den geraden resp. ungeraden Quadranten, wenn n gerade resp. ungerade ist.

Soweit sind die Resultate von Rudski ganz richtig. Er sucht nun aber den obigen Satz auch auszudehnen auf die *ersten* Wurzeln von $J^{n+\frac{1}{2}}(x) = 0$ und führt zu diesem Zweck einen Schluss

von n auf n+1 durch, macht aber mitten im Beweis eine Annahme, deren Richtigkeit weder vorausgesetzt noch bewiesen ist, die sich im Gegenteil als falsch erweist. Er setzt stillschweigend voraus, dass die beiden Kurven $v = \frac{X_n}{X_n'}$ und $w = \cot x$ sich innerhalb des Gebietes, in welchem die Nullstellen der beiden Polynome X_n und X_n' liegen, niemals schneiden. Dies ist ganz richtig für $n = 1, 2, 3$ und 4. Dagegen stimmt es bereits nicht mehr für $n = 5$. Gerade für diesen Fall hat Herr Rudski in seiner Arbeit ein Schema gegeben, dessen genaue Ausführung ihn von der Unrichtigkeit seiner Behauptung hätte überzeugen können. Die Nullstellen von X_5 liegen nämlich bei 1,5708 und 5,053 und diejenigen von X_5' bei 3,15 und 9,75.



Der Verlauf der beiden Kurven $v = \frac{X_5}{X_5'}$ und $w = \cot x$ ist in dem vorliegenden Schema veranschaulicht. Es bedeuten darin die punktierten Linien die Kurve der cotg., die ganz ausgezogenen diejenige von $\frac{X_5}{X_5'}$. Die cotg. verlaufen in jedem Halbkreis gleich. $\frac{X_5}{X_5'}$ bleibt bis zu $x = 1{,}5708$, was $> \frac{\pi}{2}$, positiv, dann wird der Zähler und damit der ganze Bruch negativ und behält das Vorzeichen bis $x = 3{,}15$, wo der Nenner zu 0 und der Bruch da-

durch $= -\infty$ wird. Mit wachsendem x wird auch der Nenner negativ, der Wert des Bruches damit positiv bis X_5 bei 5,05 zum zweitenmale verschwindet und zu positiven Werten übergeht. Der Nenner bleibt noch negativ bis zu $x = 9{,}75$, was $> 3\pi$, und erst von diesem Werte an bleibt der Quotient $\frac{X_5}{X_5'}$ immer positiv. Es muss deshalb bereits im 6. Quadranten ein Schnitt erfolgen zwischen den beiden Kurven, also die erste Wurzel α von ${}^{5+\frac{1}{2}}J(x) = 0$ schon im 6. Quadranten liegen. Dafür befindet sich dann keine im 7. und 8. Quadranten, die zweite Wurzel β liegt im neunten. Für grössere n findet man, dass die erste Nullstelle relativ immer weiter hineinrückt, und dass in das Gebiet, innerhalb welchem die Wurzeln von $X_n = 0$ und $X_n' = 0$ liegen, mehr als eine Nullstelle von ${}^{n+\frac{1}{2}}J(x)$ fällt. Dies stimmt überein mit dem von *Schafheitlin* gefundenen Resultat, dass die erste Nullstelle von ${}^{a}J(x)$ sicher vor $\sqrt{2(a+1)(a+3)}$ liegt.

Wir können somit nur den ersten Teil der Arbeit *Rudskis* anerkennen, der zweite ist, der falschen Voraussetzung halber, unrichtig.

Wir wenden uns jetzt zu den Resultaten, die wir *Paul Schafheitlin*[1]) verdanken. Er stellt folgende Integralform auf:

$${}^{n}J(x) = \frac{2^{n+1}x^n}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega \cdot \sin\left(x - \frac{2n-1}{2}\omega\right) e^{-2x\operatorname{cotg}\omega}}{\sin^{2n+1}\omega}\, d\omega.$$

Bezeichnen wir das Integral mit ${}^{n}Y(x)$ und setzen darin

$$x = k\pi + \varepsilon,$$

wobei k eine ganze Zahl und $0 < \varepsilon \leq \pi$, so bekommen wir die Gleichung:

$$(-1)^k\, {}^{n}Y(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega \cdot \sin\left(\varepsilon - \frac{2n-1}{2}\omega\right) e^{-2x\operatorname{cotg}\omega}}{\sin^{2n+1}\omega}\, d\omega.$$

Mit wachsendem ω ändert nur der Faktor $\sin\left(\varepsilon - \frac{2n-1}{2}\omega\right)$

[1]) Crelle Journal. Bd. 122.

sein Zeichen. Die Grenzen, innerhalb denen das Vorzeichen konstant bleibt, können allgemein dargestellt werden durch

$$g_\nu = \frac{2\varepsilon + 2(\nu+1)\pi}{2n-1}; \qquad g_{\nu+1} = \frac{2\varepsilon + 2\nu\pi}{2n-1}.$$

Zerlegen wir nach diesem Prinzip das Integral $\overset{n}{Y}(x)$ in Teilintegrale, so haben diese abwechselndes Vorzeichen.

Lässt man ν von 1 aus alle ganzen Zahlen durchlaufen, so ist der absolute Wert jedes nachfolgenden Integrals *unter bestimmten Bedingungen* stets grösser, als derjenige des vorangehenden. Das Vorzeichen von $\overset{n}{Y}(x)$ hängt somit nur noch ab von der Zahl der Integrale, und diese wird bestimmt durch die Grössen n und ε.

Die Schwierigkeit dieser Methode liegt in der Bestimmung der oben erwähnten Bedingungen. Da diese ziemlich mühsam und von keinem allgemeinen Interesse ist, so wollen wir sie hier übergehen und nur die Resultate uns merken. Sie lassen sich in folgenden Satz zusammenfassen:

Ist $x > \dfrac{4n^2-1}{(2\mu-1)\pi - 4\varepsilon}$, *so haben sämtliche Funktionen* $\overset{n-4p}{J}(x)$, *wo p eine positive ganze Zahl bedeutet, dasselbe Vorzeichen wie* $\overset{n}{J}(x)$. μ bedeutet den Rest, den man erhält, wenn wir n durch 4 dividieren. Ist n ein Vielfaches von 4, so ist $\mu = 4$ zu setzen.

Macht man sich von ε unabhängig, indem man seinen Grenzwert einsetzt oder es auf ein kleines Intervall beschränkt, so erhält man speziell:

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ für $\mu = 0$ und $x > \dfrac{4n^2-1}{3\pi}$ negativ für $\varepsilon \geqq \dfrac{3\pi}{4}$,

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » $\mu = 2$ » $x > \dfrac{4n^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon < \dfrac{\pi}{2}$,

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » $\mu = 3$ » $x > \dfrac{4n^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geqq \dfrac{\pi}{4}$.

Aus der wohlbekannten Formel:

$$(n+1)\overset{n-1}{J} + 2n\left\{1 - \frac{2(n+1)(n-1)}{x^2}\right\}\overset{n}{J} + (n-1)\overset{n+2}{J}(x) = 0$$

und dem vorhin angeführten Satz über das Vorzeichen von $\overset{n}{J}$ und $\overset{n-4}{J}$ folgt:

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ ist für $\mu = 0$ und $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ positiv für $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$.

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » » $\mu = 2$ » $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geqq \frac{3}{4}\pi$,

$(-1)^k \overset{n}{Y}$ » » $\mu = 1$ » $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$ » » $\varepsilon \geqq \frac{\pi}{4}$.

Deshalb gilt der Satz:

Ist $x > \frac{4(n+2)^2-1}{\pi}$, *so liegen die Nullstellen von* $\overset{n}{J}(x)$ *in den Intervallen* $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k+\frac{3}{4}\pi\right)$ *resp.* $k\pi$ *und* $\left(k+\frac{1}{4}\right)\pi$, *je nachdem n gerade oder ungerade ist.*

Ferner sieht man, dass zwei Funktionen, deren Parameter sich um zwei unterscheiden, nur in den Intervallen $\frac{\pi}{2}$ bis $\frac{3\pi}{4}$ resp. 0 bis $\frac{\pi}{4}$ gleiches Vorzeichen haben können. Daher folgt mit Hilfe der Relation

$$2\frac{d\overset{n}{J}}{dx} = \overset{n-1}{J} - \overset{n+1}{J}.$$

Ist $x > \frac{4(n+3)^2-1}{\pi}$, *so liegen die Maxima und Minima von* $\overset{n}{J}(x)$ *in den Interrallen* $k\pi$ *und* $\left(k+\frac{1}{4}\right)\pi$ *resp.* $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k+\frac{3}{4}\right)\pi$, *je nachdem n gerade oder ungerade ist.*

n ist hier immer als ganzzahlig vorausgesetzt, doch lassen sich die hergeleiteten Sätze leicht auf Funktionen mit gebrochenem Index übertragen.

Schafheitlin beschäftigt sich im weitern auch mit der Funktion

$$\overset{a}{K}(x) = \frac{1}{\sin a\pi}\overset{a}{J}(x) - \operatorname{cotg} a\,\overset{-a}{J}(x).$$

Er stellt sie durch das Integral dar:

$$\overset{n}{K}(x) = \frac{2^{n+1}x^n}{\sqrt{\pi}\cdot\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{n-\frac{1}{2}}\omega\cdot\cos\left(x-\frac{2n-1}{2}\omega\right)}{\sin^{2n+1}\omega}\, e^{-2x\operatorname{cotg}\omega}\, d\omega.$$

Setzt man hier $x = \left(k - \frac{1}{2}\right)\pi + \varepsilon'$, wo

$$0 < \varepsilon' \leqq \pi,$$

so geht das Integral in $(-1)^k \overset{n}{Y}(x)$ über. Will man jedoch dieselbe Substitution anwenden wie früher, nämlich $x = k\pi + \varepsilon$, so braucht man in den oben für $\overset{n}{Y}$ entwickelten Sätzen nur $\frac{\pi}{2}$ von ε abzuziehen. Man erhält dann z. B.:

Ist $x > \frac{4(n+2)^2 - 1}{\pi}$, *so liegen die Nullstellen von* $\overset{n}{K}(x)$ *in den Intervallen* $k\pi$ *und* $\left(k + \frac{1}{4}\right)\pi$ *resp.* $\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $\left(k + \frac{3}{4}\right)\pi$, *je nachdem* n *gerade oder ungerade ist.*

Diejenigen Fälle, wo $n < 4\frac{1}{2}$ erfordern eine spezielle Untersuchung, welche gestattet, die Nullstellen in etwas engere Grenzen einzuschliessen. Schafheitlin findet dadurch:

Sämtliche Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ *liegen zwischen* $\left(k + \frac{3}{4}\right)\pi$ *und* $\left(k - \frac{7}{8}\right)\pi$ *und die von* $\overset{0}{K}(x)$ *zwischen* $\left(k + \frac{1}{4}\right)\pi$ *und* $\left(k + \frac{3}{8}\right)\pi$, *wo* k *alle positiven ganzen Zahlen mit Einschluss der Null zu durchlaufen hat.*

Erhöht man die hier angegebenen Grenzen um $\frac{3\pi}{8}$, *so bekommt man die Intervalle, in welchen die Nullstellen von* $\overset{1}{J}(x)$ *und* $\overset{1}{K}(x)$ *liegen. Die erste Nullstelle von* $\overset{1}{K}(x)$ *liegt zwischen* $\frac{\pi}{2}$ *und* $\frac{3\pi}{4}$.

Die Resultate für die Parameter 2, 3 und 4 stimmen mit den allgemeinen Sätzen überein, nur wird die Grenze für x *auf folgende Werte herabgesetzt:*

$$\begin{aligned} &\text{Für } \overset{2}{J}(x) \text{ und } \overset{2}{K}(x) \;:\; x > 5{,}2, \\ &\text{» } \overset{3}{J}(x) \text{ » } \overset{3}{K}(x) \;:\; x > 10{,}75, \\ &\text{» } \overset{4}{J}(x) \text{ » } \overset{4}{K}(x) \;:\; x > 14{,}5\,\pi. \end{aligned}$$

Diese hier angegebenen Grenzen sind immer noch ziemlich weit; wir werden sehen, dass sie sich auf andere Weise bedeutend enger ziehen lassen.

Zum Schlusse wollen wir noch einige Betrachtungen von *Schafheitlin* über die Funktion $\overset{n}{K}(x)$ und ihre Nullstellen anführen. Es lässt sich $\overset{n}{K}(x)$ darstellen durch[1]):

$$\frac{\pi}{2}\overset{n}{K}(x) = \left\{\psi(n) - \log\frac{x}{2}\right\}\overset{n}{J}(x) + \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{n}\frac{\Gamma(n)}{p\,\Gamma(n-p)}\left(\frac{2}{x}\right)^{p}\overset{n-p}{J}(x) + \sum_{p=1}^{\infty}(-1)^{p}\frac{n+2p}{p(n+p)}\overset{n+2p}{J}(x), \tag{1}$$

wobei ψ die bekannte Gausssche Transzendente bedeutet. Wegen dem auftretenden Logarithmus ist $\overset{n}{K}(x)$ keine eindeutige Funktion mehr, sondern besitzt unendlich viele Werte, wie der Logarithmus. Schafheitlin bezeichnet denjenigen als Hauptwert, wofür das Argument von x zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ liegt, entsprechend der Bezeichnung beim Logarithmus. Die andern Werte unterscheiden sich dann vom Hauptwert durch die additive Grösse $-2\,m\,i\,\overset{n}{J}(\varrho, \varphi)$, wenn $x = \varrho\, e^{i\varphi}$, wie aus der Summenformel ohne weiteres ersichtlich ist.

Es lässt sich zeigen, *dass diese Hauptwerte für keine komplexen Grössen zu Null werden, sobald $n = 0$, oder $n = 1$ ist.*

Der Beweis stützt sich auf die bekannte Formel von Lommel[2])

$$\int_{a}^{b} x\,\overset{n}{y}(rx)\,\overset{n}{y}(sx)\,dx = \frac{x}{r^2-s^2}\left\{r\,\overset{n}{y}(sx)\,\overset{n+1}{y}(rx) - s\,\overset{n}{y}(rx)\,\overset{n+1}{y}(sx)\right\},$$

wobei y ein partikuläres Integral der Besselschen Differentialgleichung, und r und s zwei verschiedene Parameter bedeuten. Wir treten jedoch nicht näher darauf ein, sondern verweisen auf die Arbeit von Schafheitlin.[3])

Wir stehen damit am Schlusse unseres ersten Abschnittes. Wir haben in demselben alle uns bekannt gewordenen Publikationen über die Zahl und Lage der Nullstellen der Besselschen

---

[1]) Programm des Sophien-Realgymnasiums. Berlin 1895.

[2]) Zur Theorie der Besselschen Funktion V, Math. Annalen 14.

[3]) Archiv der Mathematik und Physik. III. Reihe I.

Funktionen einer kurzen Besprechung unterworfen und vor allem immer die bis dahin bekannten Resultate hervorgehoben. Im folgenden wollen wir zeigen, wie man durch die konsequente Anwendung einer von Sturm gegebenen Methode auf die Besselsche Differentialgleichung in leichter und eleganter Weise die gleichen Resultate ebenfalls erhält, ja dass es damit gelingt, die Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ in noch engere Grenzen einzuschliessen.

II. Die Methode von Sturm.[1])

Es sei die Differentialgleichung gegeben:

$$M\frac{d^2V}{dx^2}+L\frac{dV}{dx}+NV=0.$$

M, L und N sind Funktionen von x und allfälligen Parametern. Sie lässt sich in die Form bringen

$$\frac{d\left(K\frac{dV}{dx}\right)}{dx}+GV=0 \qquad (1)$$

oder

$$K\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{dK}{dx}\frac{dV}{dx}+GV=0. \qquad (1a)$$

Es wird

$$K=e^{\int\frac{M}{L}dx}; \qquad G=\frac{N}{L}K.$$

Aus (1a) sieht man, dass V und $\frac{dV}{dx}$ nicht gleichzeitig verschwinden dürfen in einem Punkt, in dem K nicht zu Null wird. Denn alsdann müsste auch $\frac{d^2V}{dx^2}=0$ sein, und ebenso alle folgenden Ableitungen der Funktion V, wie man durch fortgesetztes Differenzieren sieht. V müsste eine Konstante sein, was der Voraussetzung widerspricht. Daraus schliessen wir:

Die Funktion V hat keine reellen Doppelwurzeln; sie geht jedesmal, wenn sie den Wert 0 passiert, von positiven zu negativen Werten über, wenn $\frac{dV}{dx}$ negativ ist, und umgekehrt im andern Fall.

---

[1]) Liouville Journal. Vol. 1831.

Wir setzen voraus, es seien K und G nicht Funktionen von x allein, sondern ausserdem abhängig von einem willkürlich variablen Parameter m. Dann ist auch V von m abhängig. Wir haben also:

$$K = K(x, m); \quad G = G(x, m), \quad V = V(x, m).$$

Wir differentieren die Differentialgleichung nach m und kombinieren die beiden Gleichungen auf folgende Weise:

$$\begin{array}{l|l} \dfrac{\partial\left(K\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)}{dx} + GV = 0 & \dfrac{\partial V}{\partial m}\,dx \\ \dfrac{\partial^2\left(K\dfrac{\partial V}{dx}\right)}{dx \cdot dm} + G\dfrac{\partial V}{\partial m} + V\dfrac{\partial G}{\partial m} = 0 & -V\,dx \end{array}$$

$$\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial\left(K\dfrac{\delta V}{\partial x}\right)}{\partial x}\,dx + G \cdot V\frac{\partial V}{\partial m}\,dx - V\frac{\partial^2\left(K\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x \cdot dm}\,dx$$

$$- GV\frac{\partial V}{\partial m}\,dx - V^2\frac{\partial G}{\partial m}\,dx = 0.$$

$$\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial\left(K\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x} - V\frac{\partial^2\left(K\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x \cdot \partial m} = V^2\frac{\partial G}{\partial m}$$

Wir integrieren zwischen den Grenzen x_1 und x und erhalten

$$K\frac{\partial V}{\partial m} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} - V\frac{\partial\left(K\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial m}$$

$$= C + \int_{x_1}^{x}\left\{ V^2\frac{\partial G}{\partial m} - \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\frac{\partial K}{\partial m}\right\} dx. \quad (2)$$

C ist der Wert der linken Seite für

$$x = x_1.$$

Unter der Voraussetzung, dass sowohl x als m reelle Variable bedeuten, lassen sich aus der vorstehenden Gleichung (2) verschiedene Schlüsse ziehen auf die reellen Nullstellen der Funktion V. Wir werfen vorerst die Frage auf, unter welchen Bedingungen die linke Seite negativ werde?

Dies ist sicher der Fall, wenn gleichzeitig:

1. C negativ und
2. $\frac{\partial G}{\partial m}$ negativ und
3. $\frac{\partial K}{\partial m}$ positiv ist.

} im ganzen zu betrachtenden Intervall.

(Es dürfen natürlich auch eine oder zwei dieser Grössen zu Null werden.)

Da $K\frac{\partial V}{\partial m}\cdot\frac{\partial V}{\partial x} - V\frac{\partial\left(K\frac{\partial V}{\partial m}\right)}{\partial m} = -V^2\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)$,

so ist die Bedingung (1) gleichbedeutend mit der Forderung:

$\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)_{x=x_1}$ soll mit wachsendem m zunehmen.

Sind die drei Bedingungen erfüllt, so bleibt der Ausdruck $-V^2\frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}\right)$ im ganzen Intervall negativ. Wir können somit folgenden Satz aufstellen:

Nimmt innerhalb der Grenzen x_1 und x die Funktion K mit wachsendem m zu und zugleich G ab, so nimmt der Wert von $\frac{K\frac{\partial V}{\partial x}}{V}$ *mit wachsendem m ebenfalls zu im ganzen Intervall, sobald es an der untern Grenze zunimmt.*

Wir denken uns für ein bestimmtes x und m die Gleichung erfüllt:

$$V(x_1 m) = 0.$$

Lassen wir die Variablen um dx resp. dm zunehmen, so erhalten wir den Zuwachs:

$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial m}dm.$$

Soll für die neuen Werte der Variablen der Wert der Funktion ebenfalls Null sein, so muss der Zuwachs verschwinden. Dies ist der Fall, wenn

$$\frac{dm}{dx} = -\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{\frac{\partial V}{\partial m}}.$$

Aus der Gleichung (2) folgt aber, dass, wenn $V = 0$ $\frac{\partial V}{\partial x}$ und $\frac{\partial V}{\partial m}$ entgegengesetztes Vorzeichen besitzen müssen, so bald die drei aufgestellten Bedingungen erfüllt sind. Folglich ist $\frac{dm}{dx}$ positiv, also besitzen dm und dx gleiches Zeichen.

Mit kontinuierlich wachsendem Parameter m wachsen auch die Nullstellen der Funktion $V(x, m)$.

Es sei auf der reellen Axe ein Intervall x_1 bis x_2 gegeben, innerhalb welchem die obigen Voraussetzungen gelten, und die Funktion V p verschiedene Nullstellen besitzt. An der untern Grenze bleibe V stets positiv, wenn wir den Parameter m von m_1 bis m_2 wachsen lassen.

Die p-Nullstellen werden sich mit wachsendem m in positiver Richtung verschieben, und es muss ein bestimmtes m geben, für welches die grösste derselben α_p mit x_2 zusammenfällt.

Lassen wir m weiter wachsen, so rückt α_p ausser das Intervall, das wir betrachten, und deshalb wird die Zahl der Nullstellen von

$$V(x, m),$$

die zwischen x_1 und x_2 zu liegen kommen, um eine vermindert. Dieser Verlust wiederholt sich jedesmal, wenn mit wachsendem m eine der Nullstellen von

$$V(x, m)$$

mit x_2 zusammenfällt. Deshalb ist *die Differenz zwischen der Zahl der Nullstellen von*

$$V(x, m_1) \text{ und } V(x, m_2)$$

m Intervall x_1 bis x_2 gleich der Zahl der Nullstellen von

$$V(x_2, m),$$

wenn m von m_1 bis m_2 wächst.

Wir wollen diese Resultate auf die Besselschen Funktionen anwenden. Ihre Differentialgleichung lautet:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - a^2) y = 0.$$

Setzen wir $K = x$

$$G = \frac{x^2 - a^2}{x},$$

so erhalten wir die Form (1).

$$\frac{d\left(x\frac{dy}{dx}\right)}{dx} + \frac{x^2 - a^2}{x} y = 0. \qquad (3)$$

Als Grenzen x_1 und x_2 wählen wir 0 und ∞, welche alle positiven Wurzeln einschliessen. Innerhalb dieser Grenzen genügt die Differentialgleichung (3) allen drei früher aufgestellten Bedingungen. Denn:

1. Nach der Gleichung

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{J}(x) - \overset{a+1}{J}(x), \qquad \text{wird}$$

$$\frac{K\frac{dV}{dx}}{V} = \frac{x\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx}}{\overset{a}{J}(x)} = a - x\frac{\overset{a+1}{J}(x)}{\overset{a}{J}(x)},$$

was an der untern Grenze $x = 0$ in den Wert a übergeht.

Betrachten wir a als den variablen Parameter m, so ist sicher die erste Bedingung erfüllt.

2. $\frac{\partial K}{\partial m} = \frac{\partial x}{\partial a} = 0.$

3. $\frac{\partial G}{\partial m} = \frac{\partial\left(\frac{x^2 - a^2}{x}\right)}{\partial a}$ = negativ für positive a.

Wir können somit die für die Funktionen V aufgestellten Sätze ohne weiteres auf die Besselschen Funktionen anwenden und erhalten:

1. Der Wert des Quotienten $x\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} : \overset{a}{J}(x)$ *nimmt für jedes positive x mit wachsendem Parameter a zu.*

2. Die reellen, positiven Wurzeln der Gleichung $\overset{a}{J}(x) = 0$ *nehmen mit wachsendem Parameter a kontinuierlich zu.*

3. Es sei N eine sehr grosse positive Zahl. Dann ist die Differenz zwischen der Zahl der Nullstellen von

$$\overset{a}{J}(x) \text{ und } \overset{a+2m}{J}(x),$$

die in dem Intervall 0 bis N liegen, genau gleich der Zahl der Nullstellen von $\overset{p}{J}(N)$, *wenn p von a bis* $a+2m$ *wächst.*

Nach *Poisson* gilt für grosse x

$$\overset{p}{J}(N) = \sqrt{\frac{2}{\pi N}} \cos\left[N - \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right].$$

Wenn p von a bis $a+2m$ geht, so passiert dieser Ausdruck den Wert Null m-mal. Deshalb können wir sagen:

Die Funktion $\overset{a+2m}{J}(x)$ *hat in dem Intervall 0 bis N, wo N eine sehr grosse positive Zahl bedeutet, genau m-Nullstellen weniger als die Funktion* $\overset{a}{J}(x)$ oder mit andern Worten:

Es gibt auf der positiven X-Axe m-Intervalle, die von je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *gebildet werden, innerhalb welchen keine Nullstelle der Funktion* $\overset{a+2m}{J}(x)$ *liegt: in allen übrigen Intervallen liegt jedoch je eine Nullstelle dieser Funktion.*

Nun ist $\overset{1/2}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cdot \sin x.$

Die Nullstellen von $\overset{1/2}{J}(x)$ fallen mit den Vielfachen von π zusammen.

Wir können also obigen Satz etwas bestimmter fassen und sagen:

Teilt man die positive Axe in ∞ *viele Abschnitte von der Grösse* π, *so gibt es unter diesen im ganzen m-Intervalle, in denen keine Nullstelle von* $\overset{a+\frac{1}{2}}{J}(x)$ *gelegen ist, wenn a zwischen 2m und* $2m+2$ *liegt.*

In allen übrigen Intervallen befindet sich je eine Nullstelle von $\overset{a+\frac{1}{2}}{J}(x)$.

Als Spezialfall erhalten wir den von Bocher auf elementarem Wege bewiesenen Satz: Ist $0 < \mu < 2$, *so liegt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von* $\overset{a}{J}(x)$ *je eine und nur eine Nullstelle von* $\overset{a+\mu}{J}(x)$.

Aus der Summenformel von $\overset{a}{J}(x)$ ersieht man, dass *die negativen Nullstellen der Funktion dem absoluten Werte nach mit den positiven zusammenfallen*, somit lassen sich alle obigen Sätze auch auf die negativen Nullstellen anwenden.

Wir gehen nun über zur Untersuchung *der Besselschen Funktion mit negativem Parameter.*

$\overset{-a}{J}(x)$ ist ebenfalls eine Lösung der Besselschen Differentialgleichung und wenn wir auf diese Funktion die Sturmsche Methode anwenden wollen, so haben wir nur $+a$ durch $-a$ zu ersetzen.

Es wird dann

$$1.\quad \frac{K\frac{dV}{dx}}{V} = \frac{x\frac{d\overset{-a}{J}(x)}{dx}}{\overset{-a}{J}(x)} = -a - x\frac{\overset{-a+1}{J}(x)}{\overset{-a}{J}(x)},$$

was an der untern Grenze $x = 0$ in den Wert $-a$ übergeht, also mit wachsendem a abnimmt. Somit wird $\frac{\partial}{\partial m}\left(K\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_1}$ negativ und der Wert der Konstanten C in der Gleichung (2) positiv.

$$2.\quad \frac{\partial K}{\partial m} = \frac{\partial x}{\partial a} = 0.$$

$$3.\quad \frac{\partial G}{\partial m} = \frac{\partial\left(\frac{x^2-a^2}{x}\right)}{\partial a} = \text{positiv}.$$

Wir erhalten also in diesem Falle für die linke Seite der Gleichung (2) einen positiven Wert, und es wird

$$\frac{da}{dx} \text{ für } \overset{-a}{J}(x) = 0 \textit{ negativ},$$

d. h. wenn der absolute Wert von a in der Funktion $\overset{-a}{J}(x)$ *zunimmt, so wird der Wert ihrer Nullstellen kleiner.* Oder mit andern Worten:

Bewegt sich der Parameter von $\overset{a}{J}(x)$ von einem beliebigen Punkte der negativen reellen Axe aus nach links, so bewegen sich auch die positiven Nullstellen der Funktion nach links. Erfolgt die Bewegung des Parameters nach rechts, so ist dies auch

für die Nullstellen der Fall. Dieses ist aber genau das gleiche Gesetz, das wir bereits für die Besselschen Funktionen mit positivem Parameter gefunden haben. Wir dürfen somit die frühern Sätze erweitern zu folgendem allgemeinem Gesetz:

Die positiven Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *bewegen sich immer im gleichen Sinn wie der Parameter* a, *so lange er auf der reellen Axe bleibt.*

Für die negativen Nullstellen erfolgt die Bewegung natürlich in entgegengesetztem Sinn.

Aus diesem Gesetz lassen sich einige weitere Schlüsse ziehen.

1. Ueber die Lage der Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ *und* $\overset{1}{J}(x)$.

$$\overset{1/2}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,\sin x.$$

$$\overset{-\frac{1}{2}}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,\cos x.$$

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{1/2}{J}(x)$ liegt bei $n\pi$ und diejenige von $\overset{-\frac{1}{2}}{J}(x)$ bei $(2n-1)\frac{\pi}{2}$. *Folglich liegt die* n^{te} *positive Nullstelle von*

$$\overset{a}{J}(x), \text{ wobei } -\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2},$$

zwischen $\left(n-\frac{1}{2}\right)\pi$ *und* $n\pi$.

Aus dem asymptotischen Wert

$$\overset{a}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left(x - \left(a+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right)$$

lassen sich die Grenzen noch enger ziehen. Z. B. wird $\overset{0}{J}(x)$ für grosse x zu

$$\overset{0}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

welcher Wert verschwindet für

$$x = (4n-1)\frac{\pi}{4},$$

wenn n eine ganze Zahl bedeutet. Die n^{te} positive Wurzel nähert sich also dem Wert $(4n-1)\frac{\pi}{4}$.

Da, wie wir später sehen werden, das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von $\overset{0}{J}(x)$ kleiner als π ist, so muss die Annäherung an den Grenzwert $(4n-1)\frac{\pi}{4}$ von oben erfolgen. Daher ist die n^{te} Nullstelle grösser als $(4n-1)\frac{\pi}{4}$, so lange n endlich bleibt. Es folgt somit:

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{0}{J}(x)$ liegt zwischen $(4n-1)\frac{\pi}{4}$ und $n\pi$.

Kennt man die erste derselben, so kann man die Grenzen noch enger ziehen, so dass sie enger werden als die von Schafheitlin gegebenen.

Wendet man die gleiche Betrachtungsweise auf $\overset{1}{J}(x)$ an und berücksichtigt, dass das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen grösser als π ist, so erhält man den Satz:

Die n^{te} Nullstelle von $\overset{1}{J}(x)$ liegt zwischen $n\pi$ und $(4n+1)\frac{\pi}{4}$.

Liegt die erste Nullstelle bei $\pi+\varepsilon$, so werden die Grenzen $n\pi+\varepsilon$ und $n\pi+\frac{\pi}{4}$.

2. Ueber die Lage und Realität der Nullstellen von $\overset{-a}{J}(x)$.

Wenn m eine ganze Zahl ist, so gilt

$$\overset{-m}{J}(x) = (-1)^m \overset{m}{J}(x).$$

Die Nullstellen von $\overset{-m}{J}(x)$ fallen also mit denjenigen von $\overset{m}{J}(x)$ zusammen. Rückt nun der Parameter a in $\overset{a}{J}(x)$ von $-m$ aus nach $-(m+1)$, so muss nach einem frühern Satz die n^{te} Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$ ebenfalls nach links rücken und zwar so weit, bis sie mit der $(n-1)^{ten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{J}(x)$ zusammenfällt. Wir erhalten somit den Satz:

Ist $m < a < m+1$, so liegt die n^{te} Nullstelle der Funktion $\overset{-a}{J}(x)$ zwischen der $(n-1)^{ten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{J}(x)$ und der n^{ten} von $\overset{m}{J}(x)$.

Aus dem allgemeinen Gesetz über die Verschiebung der Nullstellen bei variablem Parameter lässt sich auch *die Existenz und Zahl der komplexen Wurzeln von* $\overset{a}{J}(x)$ *nachweisen.*

Durchläuft der Parameter a von Null aus die negative reelle Axe, so verschieben sich die positiven Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ nach links, die negativen nach rechts und da sie paarweise absolut gleich sind, so treffen sich je zwei im Nullpunkte, von wo aus sie ihre Wanderung auf der reellen Axe nicht mehr fortsetzen können und somit auf das komplexe Zahlenfeld übertreten müssen. Dieser Prozess findet jedesmal statt, wenn a eine negative ganze Zahl passiert, das erstemal bei -1. Da sich zwei konjugiert komplexe Nullstellen nie wieder in zwei reelle entgegengesetzte vereinigen können, so lange a seinen Weg auf der negativen reellen Axe fortsetzt, so bekommen wir folgenden Satz:

Ist $m < a < m + 1$ (wobei m eine positive ganze Zahl), *so hat die Funktion* $\overset{-a}{J}(x)$ *m-Paare komplexer Nullstellen.*

Dieses Resultat stimmt mit den von *Hurwitz* gefundenen Sätzen genau überein.

Die Tabelle, die sich am Schluss unserer Arbeit findet, gibt uns ein anschauliches Bild über den Verlauf der reellen Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ bei Variation des Parameters.

Wir verweisen auf das Schlusswort.

Ueber die Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$.

Ein grosser Vorteil der Sturmschen Methode besteht darin, dass wir alle Sätze über die Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ entweder wörtlich oder mit geringen Modifikationen auf das zweite partikuläre Integral der Besselschen Differentialgleichung $\overset{a}{K}(x)$ übertragen können.

$\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a}{J}(x)$ sind verwandte Funktionen und genügen deshalb teilweise den gleichen Relationen. So gilt z. B.:

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{J}(x) - \overset{a+1}{J}(x) \qquad \text{und analog}$$

$$\frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx} = \frac{a}{x}\overset{a}{K}(x) - \overset{a+1}{K}(x) \qquad \text{und es wird}$$

$$\frac{x\frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx}}{\overset{a}{K}(x)} = a - \frac{x\overset{a+1}{K}(x)}{\overset{a}{K}(x)}.$$

was für $x = 0$ in den Wert 0 übergeht. Somit gilt das Gesetz über die Verschiebung der Nullstellen bei Variation des Parameters a auch für $\overset{a}{K}(x)$, d. h.: *Die positiven Nullstellen der Funktion* $\overset{a}{K}(x)$ *bewegen sich immer im gleichen Sinn wie der Parameter a.* Wie $\overset{a}{J}(x)$ besitzt auch $\overset{a}{K}(x)$ für ein grosses Argument einen asymptotischen Wert, der durch einen einfachen Ausdruck dargestellt wird. Es gilt:

$$\overset{a}{K}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin\left[x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right].$$

Somit erhalten wir den Satz:

Auf der positiven X-Axe gibt es m-Intervalle, die von je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{K}(x)$ *gebildet werden, innerhalb welchen keine Nullstelle der Funktion* $\overset{a+2m}{K}(x)$ *liegt. In allen übrigen Intervallen befindet sich jedoch eine Nullstelle von* $\overset{a+2m}{K}(x)$.

Ferner ist $\overset{-\frac{1}{2}}{K}(x) = \overset{\frac{1}{2}}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin x$ und daraus folgt:

Teilt man die positive Axe in gleiche Abschnitte von der Grösse π, *so gibt es unter diesen im ganzen m-Intervalle, in denen keine Nullstelle von* $\overset{a-\frac{1}{2}}{K}(x)$ *gelegen ist, wenn*

$$2m < a < 2m + 2.$$

In allen übrigen Intervallen befindet sich je eine Nullstelle von $\overset{a-\frac{1}{2}}{K}(x)$.

Diese Gesetze lassen sich auch mit Leichtigkeit aus der Lommelschen Formel

$$\overset{a}{J}(x)\overset{a+1}{K}(x) - \overset{a}{K}(x)\overset{a+1}{J}(x) = -\frac{2}{\pi x} \qquad \text{ableiten.}$$

Für $\overset{a}{J}(x) = 0$ müssen $\overset{a}{K}(x)$ und $\overset{a+1}{J}(x)$ immer gleiches Vorzeichen haben. Da $\overset{a+1}{J}(x)$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden

Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ das Zeichen einmal wechselt, so muss auch $\overset{a}{K}(x)$ in diesem Intervall wenigstens *einmal* den Wert Null annehmen. Da aber, wie wir später sehen werden, der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{K}(x)$ etwas grösser ist als der entsprechende Abstand bei der Funktion $\overset{a}{J}(x)$, so kann dies *nur einmal* geschehen. Deshalb der Satz:

Zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ *liegt stets eine und nur eine Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$.

Aus der Definitionsgleichung

$$\overset{a}{K}(x) = \frac{1}{\sin a\pi}\left(\cos a\pi \overset{a}{J}(x) - \overset{-a}{J}(x)\right) \qquad \text{folgt, dass}$$

$$\overset{a}{K}(x) = 0, \qquad \text{sobald}$$

$$\operatorname{cotg} a\pi \overset{a}{J}(x) = \frac{\overset{-a}{J}(x)}{\sin a\pi}.$$

Nun hat aber $\overset{-a}{J}(x)$ für $x = 0$ das Vorzeichen von $\sin a\pi$ und $\overset{a}{J}(x)$ ist für kleine x stets positiv. Wir müssen 3 Fälle unterscheiden:

1. $a = \frac{2n+1}{2}$: $\quad \operatorname{cotg} a = 0.$

Die Nullstellen von $\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x)$ *fallen zusammen mit denjenigen von* $\overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x)$.

2. $\operatorname{cotg} a\pi =$ positiv.

Die n^{te} *Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$ *liegt vor der* n^{ten} *Nullstelle von* $\overset{a}{J}(x)$ *sowohl als derjenigen von* $\overset{-a}{J}(x)$.

3. $\operatorname{cotg} a\pi =$ negativ.

Die n^{te} *Nullstelle von* $\overset{a}{K}(x)$ *liegt zwischen den entsprechenden Nullstellen von* $\overset{-a}{J}(x)$ *und* $\overset{a}{J}(x)$.

Aus den beiden asymptotischen Werten

$$\overset{a}{J}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left\{x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\overset{a}{K}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left\{x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right\}$$

folgt ferner, dass sich die höhern entsprechenden Wurzeln von $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ um $\frac{\pi}{2}$ unterscheiden. Bei den kleinern ist die Differenz grösser. Wir erhalten somit folgenden Satz:

Die Funktion $\overset{a}{K}(x)$ hat auf der reellen positiven x-Axe genau so viele Nullstellen wie die Funktion $\overset{a}{J}(x)$. Die n^{te} derselben ist um einen bestimmten Betrag Δ kleiner als die n^{te} Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$, wobei Δ sich mit wachsendem n dem Werte $\frac{\pi}{2}$ nähert.

Aus der bekannten Beziehung:

$$\overset{-m}{K}(x) = (-1)^m \overset{m}{K}(x)$$

folgt analog wie bei der $\overset{a}{J}(x)$-Funktion der Satz:

Ist $m < a < m+1$ (wobei m eine positive ganze Zahl), *so liegt die n^{te} Nullstelle der Funktion $\overset{-a}{K}(x)$ zwischen der $(n-1)^{sten}$ Nullstelle von $\overset{m+1}{K}(x)$ und der n^{ten} von $\overset{m}{K}(x)$.*

Während in Bezug auf die positiven Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ die weitgehendste Analogie besteht, hört dieselbe bei den *negativen Nullstellen* auf.

Das verschiedene Verhalten der beiden Funktionen in dieser Beziehung lässt sich sehr einfach zeigen, indem wir das Argument x den Nullpunkt umkreisen lassen. *Graf*[1]) hat gezeigt, dass folgende Beziehungen gelten:

$$\overset{a}{J}(e^{im\pi} \cdot x) = e^{im\pi a} \overset{a}{J}(x).$$

$$\overset{a}{K}(e^{im\pi} x) = \frac{2i \cos a\pi \cdot \sin m\pi a}{\sin a\pi} \overset{a}{J}(x) + e^{-im\pi a} \overset{a}{K}(x),$$

wobei m eine ganze Zahl.

Durch das Umkreisen des Nullpunktes erhält also $\overset{a}{J}(x)$ keinen additiven Zuwachs, während $\overset{a}{K}(x)$ einen imaginären Periodizitätsmodul besitzt.

$\overset{a}{J}(e^{im\pi} x)$ verschwindet somit jedesmal, wenn $\overset{a}{J}(x)$ zu Null wird, während aus der zweiten Gleichung folgt, dass die Null-

[1]) Einleitung in die Theorie der Besselschen Funktion I. Art. Bern 1898.

stellen von $\overset{a}{K}(e^{im\pi}x)$ im allgemeinen nicht mit denjenigen von $\overset{a}{K}(x)$ zusammenfallen. Dies kann für reelle x nur dann stattfinden, wenn gleichzeitig

$$\overset{a}{K}(x) \text{ und } \frac{\cos a\pi \cdot \sin m\pi a}{\sin a\pi} \overset{a}{J}(x)$$

verschwinden, was nur möglich, wenn

$$a = \frac{2n+1}{2}.$$

Da aber die Beziehung gilt

$$\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x) = (-1)^{n-1} \overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x),$$

so folgt, dass $\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(e^{im\pi}x)$ für jedes m unendlich viele reelle und dazu n-Paare konjugiert komplexe Wurzeln besitzt, welche mit denjenigen von $\overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x)$ zusammenfallen.

$\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x)$ *besitzt somit auch negative reelle Nullstellen.*

Ist aber a von $\frac{2n+1}{2}$ *verschieden, so kann* $\overset{a}{K}(x)$ *ausser in den früher bestimmten Stellen der positiven X-Axe für keinen reellen Wert des Argumentes zu Null werden.*

Da die negativen Nullstellen von $\overset{\frac{2n+1}{2}}{K}(x)$ nach früherem keine mehrfachen Nullstellen sein können, so sind sie nicht entstanden durch das Zusammenfallen von konjugiert komplexen Wurzelpaaren. Sie sind also nicht durch imaginäre Äste untereinander verbunden, sondern treten als isolierte Punkte auf.

Wir lassen die Frage nach der Zahl und Lage der *komplexen* Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$ unbeantwortet und begnügen uns mit einer möglichst genauen Bestimmung der reellen Wurzeln. Zu dem Zweck müssen wir uns nochmals dem Sturmschen Theorem zuwenden und dasselbe in seine allgemeine Fassung bringen.

Setzen wir in der Differentialgleichung

$$\frac{d\left(K\frac{dV}{dx}\right)}{dx} + GV = 0$$

$$V = \frac{y}{\sqrt{K}},$$

so geht sie über in

$$\frac{d^2y}{dx^2} + Hy = 0,$$

wobei H von K und G abhängt.

Betrachten wir wieder y und H als Funktionen eines Parameters m, so können wir wie früher nachweisen, dass die Wurzeln der Gleichung $y = 0$ mit wachsendem m abnehmen, sobald gleichzeitig

$$\frac{\partial H}{\partial m} \text{ positiv und } \left| \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{\frac{\partial y}{\partial x}}{y} \right) \right|_{x=x_1} \text{ negativ}$$

ist. x_1 bedeutet die untere Grenze.

Wir denken uns im folgenden drei Differentialgleichungen gegeben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2y'}{dx^2} + H'y' &= 0 \\ \frac{d^2y''}{dx^2} + H''y'' &= 0 \\ \frac{d^2y}{dx^2} + Hy &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ giltig von } x_1 \text{ bis } x_2.$$

H′ und H″ sind voneinander unabhängige Funktionen in x, so dass aber im ganzen Intervall

$$H'' \geqq H'.$$

Ferner gelte:

$$\left| \frac{\frac{dy''}{dx}}{y''} \right|_{x=x_1} \leqq \left| \frac{\frac{dy'}{dx}}{y'} \right|_{x=x_1}$$

Die Funktionen y und H der dritten Differentialgleichung seien ausser von x noch von einem variablen Parameter m abhängig und zwar in der Weise, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. $\left.\begin{aligned} H(x,m)\big|_{m=m_1} &\equiv H'(x) \\ H(x,m)\big|_{m=m''} &\equiv H''(x) \end{aligned}\right\}$ wobei $m'' > m'$.

2. $H(x,m)$ nehme mit wachsendem Parameter innerhalb der Grenzen m′ und m″ kontinuierlich zu.

3. $$\left|\frac{\frac{dy}{dx}}{y}\right|_{\substack{x=x_1\\m=m'}} = \left|\frac{\frac{dy'}{dx}}{y'}\right|_{x=x_1}; \quad \left|\frac{\frac{dy}{dx}}{y}\right|_{\substack{x=x_1\\m=m''}} = \left|\frac{\frac{dy''}{dx}}{y''}\right|_{x=x}.$$

Dann müssen nach früherem die Wurzeln der Gleichung

$$y = 0$$

mit wachsendem m abnehmen.

Wählen wir ein m, das zwischen m′ und m″ gelegen ist. so muss jede zwischen x_1 und x_2 liegende Wurzel von

$$y = 0$$

sicher kleiner sein als die entsprechende von

$$y' = 0,$$

aber zugleich grösser als diejenige von

$$y'' = 0.$$

Die drei letzten Bedingungen, welchen die Funktion H(x, m) unterworfen ist, lassen sich aber leicht für jede beliebige Funktion H(x) erfüllen, sobald in einem bestimmten Intervall der reellen Axe die Beziehung gilt:

$$H''(x) > H(x) > H'(x).$$

Man kann immer auf beliebig viele Arten in die Funktion H(x) einen Parameter m so unterbringen, dass die gestellten Bedingungen erfüllt sind. Deshalb können wir das Sturmsche Theorem in folgenden Satz fassen:

Sind die drei Differentialgleichungen gegeben:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2y'}{dx^2} + H'y' &= 0\\ \frac{d^2y''}{dx^2} + H''y'' &= 0\\ \frac{d^2y}{dx^2} + Hy &= 0\end{aligned}\right\} \text{ giltig zwischen } x_1 \text{ und } x_2,$$

die den Bedingungen genügen, dass

1. $$H'' \geqq H \geqq H'$$

2. $$\left|\frac{\frac{dy''}{dx}}{y''}\right|_{x=x_1} \leqq \left|\frac{\frac{dy}{dx}}{y}\right|_{x=x_1} \leqq \left|\frac{\frac{dy'}{dx}}{y'}\right|_{x=x_1},$$

3. *alle drei Funktionen y'', y und y' an der untern Grenze das gleiche Vorzeichen besitzen.*

so liegt die n^{te} Wurzel der Gleichung

$$y = 0$$

zwischen den n^{ten} Wurzeln von

$$y'' = 0 \quad \textit{und} \quad y' = 0.$$

Dabei sind die Funktionen H'' und H' ganz willkürliche, einzig der Bedingung unterworfen

$$H'' \geqq H' \text{ für jedes } x.$$

Wir können sie also auch als Konstante betrachten. Die allgemeinen Integrale der Differentialgleichung lauten dann

$$y' = C' \sin \sqrt{H'}\,(x - c')$$
$$y'' = C'' \sin \sqrt{H''}\,(x - c'').$$

Die willkürlichen Konstanten lassen sich immer so wählen, dass die Bedingungen 2 und 3 erfüllt sind.

Wählen wir z. B. als untere Grenze x_1 eine Wurzel der Gleichung $y = 0$
und bezeichnen sie mit α, dann können wir c' und c'' so bestimmen, dass α auch eine Nullstelle wird für y'' und y'. Wir setzen zu diesem Zweck

$$y' = C' \sin \sqrt{H'}\,(x - \alpha)$$
$$y'' = C'' \sin \sqrt{H''}\,(x - \alpha).$$

Es wird dann

$$\left| \frac{\frac{dy''}{dx}}{y''} \right|_{x=x_1} = \left| \frac{\frac{dy'}{dx}}{y'} \right|_{x=x_1} = \left| \frac{\frac{dy}{dx}}{y} \right|_{x=x_1} = +\infty.$$

Wählen wir jetzt H' und H'' so, dass

$$H'' \geqq H \geqq H',$$

so ist sicher, dass die auf α folgende Nullstelle α_1 von y durch diejenigen von y' und y'' eingeschlossen wird. Diese letztern liegen aber bei $\alpha + \frac{\pi}{\sqrt{H''}}$ und

$$\alpha + \frac{\pi}{\sqrt{H'}},$$

Es muss somit die Beziehung gelten

$$\frac{\pi}{\sqrt{H'}} > \alpha_1 - \alpha > \frac{\pi}{\sqrt{H''}}.$$

Die vorstehenden Entwicklungen wenden wir auf die Besselsche Differentialgleichung an.

Setzen wir in derselben

$$y = \frac{z}{\sqrt{x}},$$

so geht sie in die Form über

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \left(1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{x^2}\right) z = 0.$$

Es wird somit in diesem Falle

$$H = 1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{x^2}.$$

Es seien α_1 und α zwei aufeinanderfolgende Nullstellen der Funktion

$$z = \sqrt{x}\, \overset{a}{J}(x). \qquad \alpha_1 > \alpha.$$

Sobald der absolute Wert von a grösser als $^1/_2$, so ist

$$H(\alpha_1) > H(\alpha).$$

Wir wählen nun

$$H'' = H(\alpha_1) \text{ und } H' = H(\alpha).$$

Im Intervall von α bis α_1 gilt dann

$$H'' \geqq H \geqq H'.$$

Wir können deshalb die oben abgeleitete Beziehung anwenden und schreiben

$$\frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha^2}}} > \alpha_1 - \alpha > \frac{\pi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha_1^2}}}.$$

Die richtige Differenz

$$\Delta = \alpha_1 - \alpha$$

erhalten wir, wenn wir an Stelle von α resp. α_1 einen Wert ξ setzen, der zwischen α und α_1 gelegen und noch näher zu bestimmen ist.

Die obige Formel ist noch richtig für

$$a = \pm \frac{1}{2}.$$

Sie ergibt für Δ den Wert π.

Ist dagegen der absolute Wert von $a < \frac{1}{2}$, so wird

$$H'' \leqq H \leqq H'$$

und deshalb kehrt sich die Ungleichung um. Es gilt dann

$$\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha^2}}\,\pi < \alpha_1 - \alpha < \sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\alpha_1^2}}\,\pi.$$

Deshalb können wir folgenden Satz aufstellen:

Die Differenz Δ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen α und α_1 von $\overset{a}{J}(x)$ ist gleich $\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi^2}}\,\pi$, wobei ξ einen noch näher zu bestimmenden Wert zwischen α_1 und α bedeutet. Es ist $\Delta \gtreqless \pi$ je nachdem der absolute Wert von $a \gtreqless \frac{1}{2}$ ist.

Das Intervall zwischen den grossen Wurzeln nähert sich für jedes endliche a dem Werte π.

Genau das gleiche Gesetz gilt selbstverständlich auch für die reellen Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{K}(x)$. Es ist

$$\Delta_1 = \sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi_1^2}}\,\pi.$$

Weil die erste Nullstelle von $\overset{a}{K}(x)$ vor derjenigen von $\overset{a}{J}(x)$ liegt, so ist $\xi_1 < \xi$

und daher $\Delta_1 > \Delta$ für endliche a.

Auch für die Abstände der *Maxima* und *Minima* der beiden Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ lassen sich ähnliche Grenzwerte aufstellen, indem man die Differentialgleichung von

$$\frac{d\overset{a}{J}(x)}{dx} \text{ resp. von } \frac{d\overset{a}{K}(x)}{dx}$$

aufstellt und auf sie das Sturmsche Theorem anwendet. Da aber sowohl die Methode als auch die Resultate nichts Neues bieten, so wollen wir von einer Ausführung absehen.

Die oben abgeleitete Beziehung

$$\frac{\pi}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\alpha^2}}} < \Delta < \frac{\pi}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\alpha_1^2}}}$$

gestattet uns, den Abstand von zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen der Funktionen $\overset{a}{J}(x)$ resp. $\overset{a}{K}(x)$ in zwei Grenzen einzuschliessen. Diese sind für die ersten Nullstellen allerdings ziemlich weit, werden aber für die höhern immer enger, so dass sie die betreffenden Δ ziemlich genau bestimmen. Kennt man daher die paar ersten Nullstellen, so lassen sich die höhern mit Hilfe obiger Beziehung auf leichte Weise annähernd berechnen. Die Genauigkeit ist um so grösser, je kleiner a.

Dabei existiert aber der Übelstand, dass man zur Berechnung der höhern Nullstellen immer auf die kleinern, ungenau bestimmten zurückgreifen muss. Diese Schwierigkeit kann man auf folgende Weise umgehen.

Die n^{te} Nullstelle α_n von $\overset{a}{J}(x)$ nähert sich dem Werte

$$\left(2n+a-\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}$$

von unten. Wir setzen deshalb

$$\alpha_n = \left(2n+a-\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} - \eta_n$$

und bestimmen η_n.

η_n ist gleich der Summe all derjenigen Beträge, um welche

$$\Delta_\mu > \pi,$$

wenn μ von $n+1$ bis ∞ läuft.

Also

$$\eta_n = \sum_{\mu=n+1}^{\infty}(\Delta_\mu - \pi) = \pi \sum_{\mu=n+1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1\right).$$

Diese Summe lässt sich zwischen zwei Integrale fassen.

Es sei allgemein

$$y_\mu = f(x_\mu)$$

und

$$\delta_\mu = x_{\mu+1} - x_\mu$$

tendiere mit wachsendem μ gegen den endlichen Grenzwert g, so dass gilt

$$\delta_\mu \geqq g.$$

Ferner nehme y_μ mit wachsendem μ ab.

Es wird dann

$$\sum_{\mu=n+1}^{\infty} \delta_\mu \cdot y_\mu = \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu,$$

wobei $$\delta_{n+1} > \delta > g$$

und im weitern gelten folgende zwei Beziehungen:

$$\int_{x_{n+1}}^{\infty} f(x)\,dx < \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu$$

$$\int_{x_{n+1}}^{\infty} f(x-\delta_n) > \delta \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu.$$

Setzt man im letzten Integral für x den Wert $x+\delta_n$, so erhalten wir die Ungleichheit

$$\frac{1}{\delta}\int_{x_n}^{\infty} y\,dx > \sum_{\mu=n+1}^{\infty} y_\mu > \frac{1}{\delta}\int_{x_{n+1}}^{\infty} y\,dx.$$

In unserem Fall ist

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{x^2}}} - 1$$

$$x_\mu = \xi_\mu.$$

$$\int_{\xi_n}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{x^2}}} - 1\right) dx = \xi_n - \sqrt{\xi_n^2 - \left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}.$$

Diese Werte in obiger Gleichung eingesetzt, ergibt

$$\frac{1}{\delta}\left(\xi_n - \sqrt{\xi_n^2-\left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}\right) > \sum_{\mu=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2-\frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1\right)$$

$$> \frac{1}{\delta}\left(\xi_{n+1} - \sqrt{\xi_{n+1}^2-\left(a^2-\tfrac{1}{4}\right)}\right).$$

Nun ist aber

$$\eta_n = \pi \sum_{\mu=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - \frac{1}{4}}{\xi_\mu^2}}} - 1 \right).$$

Deshalb die Beziehung

$$\frac{\pi}{\delta}\left(\xi_n - \sqrt{\xi_n^2 - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right) > \eta_n > \frac{\pi}{\delta}\left(\xi_{n+1} - \sqrt{\xi_{n+1}^2 - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right).$$

Diese Formel gilt sowohl für die Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ als für die von $\overset{a}{K}(x)$. Da man weder δ noch ξ_n und ξ_{n+1} kennt, so kann sie wiederum nur für die Berechnung der grössern Nullstellen verwendet werden und zwar wie folgt:

Der Grenzwert von δ_μ ist gleich π. Man kann daher ohne grossen Fehler $\frac{\pi}{\delta} = 1$ setzen.

Bei den grössern Nullstellen stehen ξ_n und ξ_{n+1} von dem gesuchten α_n um ungefähr $\frac{\pi}{2}$ nach links und rechts ab, so dass annähernd für $\overset{a}{J}(x)$ gilt:

$$\xi_n = \alpha_n - \frac{\pi}{2} = \left(2n + a - \frac{3}{2}\right)\frac{\pi}{2}$$

$$\xi_{n+1} = \alpha_n + \frac{\pi}{2} = \left(2n + a + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}.$$

Dies eingesetzt ergibt:

$$\left\{\left(2n + a - \tfrac{3}{2}\right)\tfrac{\pi}{2} - \sqrt{\left(2n + a - \tfrac{3}{2}\right)^2 \tfrac{\pi^2}{4} - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right\}$$

$$> \eta_n > \left\{\left(2n + a + \tfrac{1}{2}\right)\tfrac{\pi}{2} - \sqrt{\left(2n + a + \tfrac{1}{2}\right)^2 \tfrac{\pi^2}{4} - \left(a^2 - \tfrac{1}{4}\right)}\right\}$$

und da $\alpha_n = \left(2n + a - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2} - \eta_n$, so folgt

$$\sqrt{(2n+a+\tfrac{1}{2})^2\,\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}-\frac{\pi}{2}$$

$$>\alpha_n>\sqrt{(2n+a-\tfrac{3}{2})^2\,\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}+\frac{\pi}{2}.$$

Die entsprechende Formel für $\overset{a}{K}(x)$ lautet:

$$\sqrt{(2n+a-\tfrac{1}{2})^2\cdot\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}-\frac{\pi}{2}$$

$$>\alpha'_n>\sqrt{(2n+a-\tfrac{5}{2})^2\,\tfrac{\pi^2}{4}-(a^2-\tfrac{1}{4})}+\frac{\pi}{2}.$$

Diese Formeln sind natürlich nicht streng richtig und sind zur Bestimmung der ersten und mit wachsendem a auch für die zweite und dritte Nullstelle nicht anwendbar. Immerhin haben wir an Hand der Tabellen von *Lommel* konstatiert, dass sie noch richtig sind für die zweite Nullstelle von $\overset{8}{J}(x)$. Die höhern Nullstellen werden in so enge Grenzen eingeschlossen, dass für die meisten praktischen Zwecke die Resultate wohl genügend genau sind. So liefert z. B. die Formel für die 10. Nullstelle von $\overset{1}{J}(x)$ die Grenzen 32,1887 und
32,1890.

Exakte Werte würden wir dann erhalten, wenn es gelänge, die ξ und ξ_1 genau zu ermitteln.

Die Erfahrung hat uns gelehrt, dass die ξ sehr nahe zusammenfallen mit den Nullstellen von $\overset{a}{K}(x)$ und umgekehrt die ξ_1 mit den Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$. Wir wissen aber nicht, wie weit diese Übereinstimmung geht und ob sie eventuell von der zweiten Nullstelle an eine vollkommene ist.

In den beiliegenden *Tabellen* haben wir die Nullstellen α und α_1 von $\overset{a}{J}(x)$ und $\overset{a}{K}(x)$ als Funktionen des Parameters a dargestellt.

Tabelle I entspricht somit der Gleichung

$$\alpha = f(a)$$

und Tabelle II der entsprechenden

$$\alpha_1 = f_1(a).$$

Beide Funktionen f und f_1 besitzen unendlich viele voneinander isolierte Äste, entsprechend den unendlich vielen reellen Nullstellen. Von diesen haben wir nur je die 10 ersten dargestellt. Jeder Ast erstreckt sich ins Unendliche. Der senkrechte Abstand zwischen zwei benachbarten Ästen entspricht der Grösse J und ist zwischen

$$a = -\frac{1}{2}$$

und

$$a = +\frac{1}{2}$$

kleiner als π,

für

$$a = \pm\frac{1}{2}$$

wird er gleich π, und im übrigen Teil der Ebene ist er grösser als π. Zwischen den zwei ersten Ästen ist er am grössten, nähert sich aber immer mehr dem Werte π, je weiter wir uns von der a-Achse entfernen.

Die horizontalen punktierten Geraden veranschaulichen die Beziehung

$$\overset{-n}{J}(x) = (-1)^n \overset{n}{J}(x) \text{ resp.}$$

$$\overset{-n}{K}(x) = (-1)^n \overset{n}{K}(x).$$

Wir haben absichtlich nur *einige* dieser Linien gezogen, um die Anschaulichkeit des Kurvensystems zu heben.

Die einzelnen Äste der Funktion f liegen symmetrisch zur a-Achse, weil zu jeder positiven Nullstelle von $\overset{a}{J}(x)$ eine gleich grosse negative gehört. Die Funktion f_1 dagegen besitzt auf der negativen Hälfte der Zahlenebene nur einzelne isolierte Punkte, welche mit den Nullstellen von $\overset{-\frac{2n+1}{2}}{J}(x)$ zusammenfallen.

Der Richtungskoeffizient der reellen Kurvenäste ist stets positiv. Dies folgt schon aus dem Sturmschen Theorem; doch ist sein Wert auch direkt bestimmt worden, wie *Graf und Gubler* in ihrem schon oft zitierten Werk auf Seite 108 u. folg. nachweisen.

Es gilt nämlich, wenn

$$\alpha = f(a)$$

$$\frac{d\alpha}{da} = \frac{2a}{\alpha[\overset{a+1}{J}(\alpha)]^2} \int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 \frac{dt}{t}$$

oder da $$[\overset{a+1}{J}(\alpha)]^2 = \frac{2}{\alpha^2} \int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 t \cdot dt$$

$$\frac{d\alpha}{da} = a\alpha \frac{\int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 \frac{dt}{t}}{\int_0^{\alpha} [\overset{a}{J}(t)]^2 t\, dt}$$ giltig für positive a.

Dieser Wert ist immer positiv.

Für $\alpha = 0$ wird $\frac{d\alpha}{da} = +\infty$

Für $a = 0$ » $\frac{d\alpha}{da} = \frac{1}{\alpha[\overset{1}{J}(\alpha)]^2}$.

Da der Nullpunkt eine n-fache Nullstelle der Funktion $\overset{a}{J}(x)$ ist, wenn

$$n \leq a < n+1,$$

so ist in der Tabelle I die ganze positive a-Achse eigentlich als der erste Kurvenast anzusehen.

Die komplexen Nullstellen von $\overset{a}{J}(x)$ könnten wir so veranschaulichen, dass wir eine dritte Achse, die i-Achse einführten und sie senkrecht zur $a\alpha$-Ebene stellten. Die komplexen Äste würden dann im Raume verlaufen. Das Bild wäre folgendes:

Im Punkt -1 der Tabelle I treten zwei rein imaginäre Äste in den Raum und vereinigen sich wieder im Punkte -2. Zwischen -2 und -3 liegen 4 komplexe Äste, allgemein sind die Punkte $-n$ und $-(n+1)$ durch n-Paare konjugiert komplexer Kurvenäste verbunden.

Legen wir durch dieses Raumgebilde an irgend einer Stelle der a-Achse einen ebenen Schnitt parallel zur αi-Ebene, so ergeben uns die Schnittpunkte sämtliche reellen und imaginären Nullstellen der Funktion $\overset{a}{J}(x)$.

Tabelle I

Die Nullstellen von $J^a(x)$

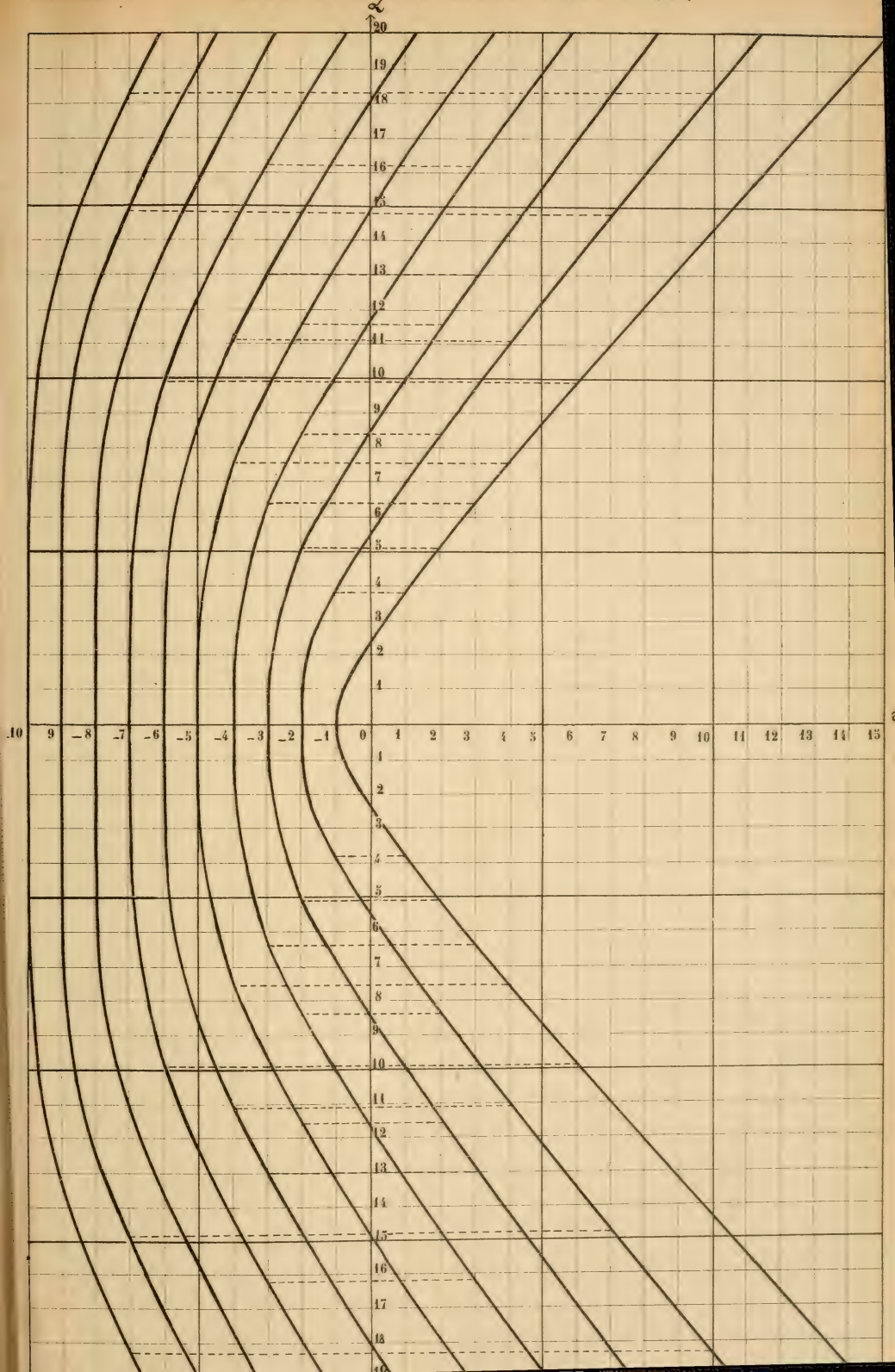
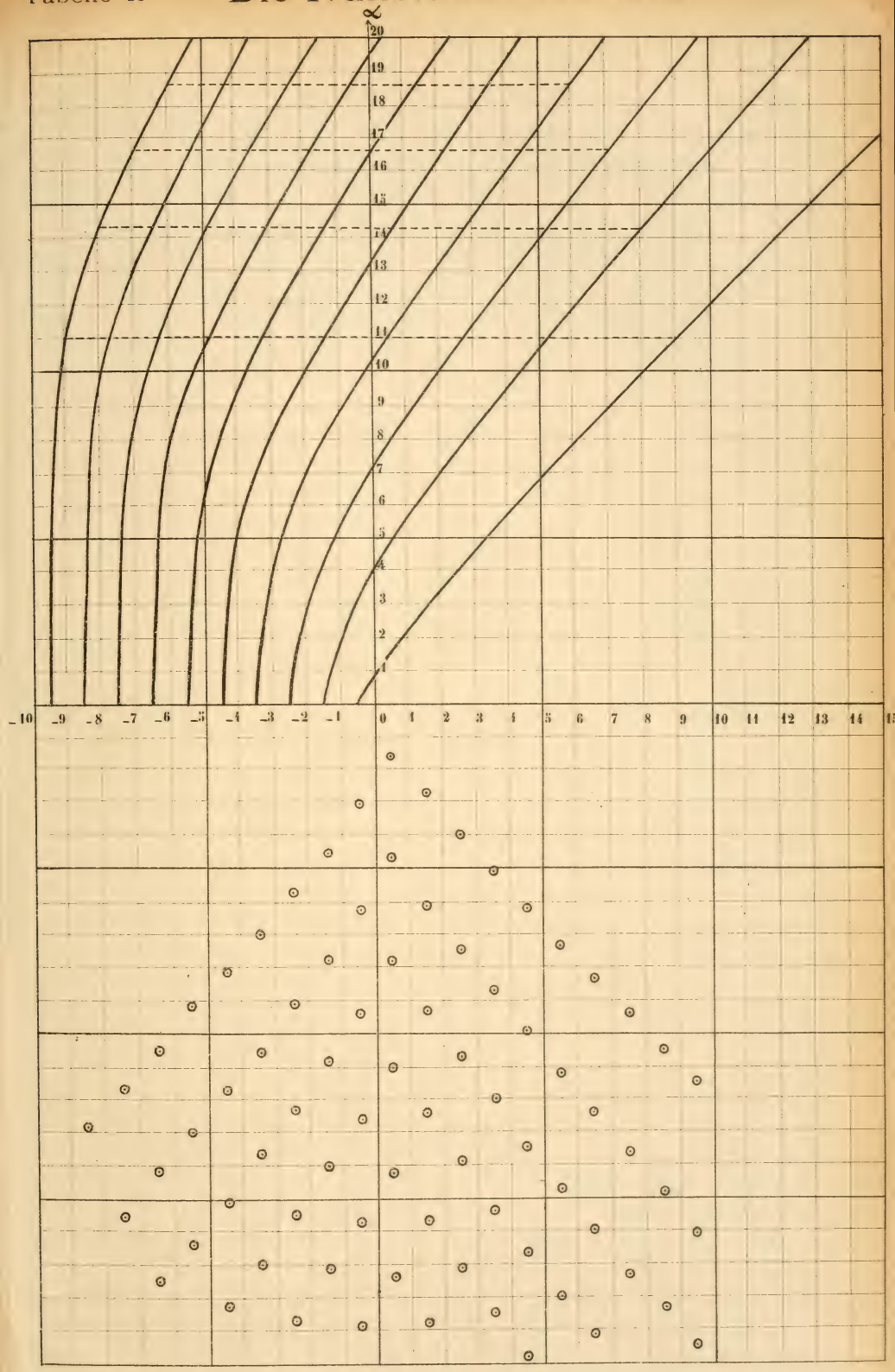


Tabelle II

Die Nullstellen von $K(x)$



Die entsprechenden Verhältnisse für $\overset{n}{K}(x)$ haben wir nicht untersucht.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, dass wir die Daten zur Erstellung der beiden Tabellen aus den Beziehungen berechnet haben, welche uns die Sturmsche Methode lieferte. Ein Vergleich mit den *Lommel*schen Tabellen ergab eine genügende Übereinstimmung.

Von † Pfarrer Walter Hofmann in Albigen.

Beobachtungen über Moränen im Bereich der Kaiseregg und des Brecca-Schlundes in den Freiburger Alpen.

Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben von Prof. Dr. Ed. Brückner in Bern.

(Hans Walter Hofmann wurde 1878 in Biel als Sohn des dortigen Stadtpräsidenten Hofmann geboren. Nach Absolvierung der Primarschule und des Progymnasiums zu Biel sowie des Gymnasiums zu Bern, bezog er die Universität Bern, um Theologie zu studieren. Ausgehend von der Ueberzeugung, dass der Theologe aus der Geschichte wie aus der Geographie viel zur richtigen Erfassung der Gottheit lernen könne, betrieb er gleichzeitig gründlich das Studium dieser beiden Wissenschaften, in denen er sich 1898 Fachlehrerpatente für die Sekundarschule erwarb. Nachdem er seine Studien in Berlin fortgesetzt hatte, wurde er 1900 zum Pfarrer konsakriert. Nach kurzem Aufenthalt in Paris übernahm er 1901 das Vikariat in Mett bei Biel und wurde noch im selben Jahre zum Pfarrer der Kirchgemeinde Albligen gewählt. Wie sehr er es verstanden hatte, schon in kurzen 1½ Jahren sich das Vertrauen und die Liebe seiner Gemeinde zu erwerben, hatte ich am Auffahrtstag 1904 bei einem gemeinsamen Spaziergang Gelegenheit zu beobachten. Ich konnte sehen, er war seinen Gemeindeangehörigen ein wahrer Freund, der jedem mit warmem Gefühl entgegen kam und daher auch von allen Seiten Liebe erntete.

Seine Liebe zu den Bergen veranlasste ihn 1902 eine Untersuchung der Moränen der seinem Pfarrdorf am nächsten liegenden Freiburger Berge und zwar besonders der Kaiseregg und des Brecca-Schlundes zu unternehmen. Gemeinsam entwarfen wir den Plan. Ueber seine Beobachtungen während des Sommers 1902 sandte er mir im Herbst einen kurzen Bericht ein, der im nachfolgenden mit wenig Änderungen abgedruckt wird. Bei der ersten Exkursion, die er im Sommer 1903 für seine Arbeit ausführte, fand mein lieber Freund, im Nebel verirrt, am 8. Juni durch Absturz einen jähen Tod. Ed. Brückner.)

In ihrem Werk «die Alpen im Eiszeitalter» haben A. Penck und Ed. Brückner gezeigt, dass nach dem Rückzug der letzten grossen Vergletscherung aus dem Alpenvorland noch 3 Vorstösse

der Gletscher erfolgten, den weiteren Rückzug unterbrechend. Sie bauten hierbei Systeme von Endmoränen auf. Sind auch die Gletscher, die während dieser Vorstösse bestanden, in den verschiedenen Teilen der Alpen sehr verschieden gross gewesen, so ergab sich doch eine völlige Harmonie der Erscheinungen, wenn man die Höhe der jedesmaligen Schneegrenze und deren Abstand von der heutigen Schneegrenze berücksichtigte. Beim ersten, ältesten Vorstoss, dem sogenannten Bühlstadium, lag die Schneegrenze rund 900 m tiefer als heute und 350 m höher als in der letzten Eiszeit, beim zweiten Vorstoss, dem Gschnitzstadium, 600 m und beim letzten Vorstoss, dem Daunstadium, 300 m unter der heutigen.

Hatte schon Brückner auch in manchen Teilen der Schweizer Alpen diese Stadien festgestellt, so musste es von Interesse sein, ein kleines Gebiet ganz im Einzelnen daraufhin zu untersuchen. Als solches bot sich die Kaiseregg und der Brecca-Schlund dar. Hier ergaben sich die nachfolgenden Resultate. Zur Verfolgung der Beobachtungen sei empfohlen, die Blätter Nr. 351, 361, 364—366 der Siegfriedkarte in 1:25,000 bezw. 1:50,000 zur Hand zu nehmen.

Gebiet der Kaiseregg.

1. Der Parwengi-Gletscher hat in seinem letzten Stadium einen prächtigen Moränenzirkus geschaffen. Die Stirn-Moräne erhebt sich ca. 7 m über das derzeitige Seeniveau, welches 1896 infolge Durchschneidung des Moränenwalls in west-nord-westlicher Richtung zwecks Drainierung der Weiden tiefer gelegt worden ist. Die Ufer-Moränen sind von bedeutender Mächtigkeit und durch Erosion bis jetzt nicht angegriffen; sehr schön ist die Abzweigung des linksseitigen Moränen-Walls vom Seeligrat. Gletscheransatz in ca. 1890 m, Stirnmoräne 1658 m, Gletschergefäll 232 m auf ca. 610 m, lokale Schneegrenze in ca. 1710 m.

Es ist möglich, dass die grosse, vorletzte Stirn-Moräne auf der Isohypse von 1620 gelegen hat; die auch schon durch Erosion angegriffenen Ufermoränen machen eine Rekonstruktion unsicher.

2. Westlicher Schachengletscher. Gletscheransatz in za. 1900 m, Stirn-Moräne 1642 m. Die Stirn-Moräne ist übersät mit

Absturzblöcken gröbsten Kalibers; der mächtige Schuttkegel hat das Gletscherbett ausgefüllt bis an die Stirnmoräne, die noch mit etwa 6 m Höhe aus der Schuttmasse emporragt; die beiden Ufermoränen dämmen die Schuttkegel in ihren untern Partien deutlich von einander ab. Die Wallformen sind typisch.

Dieses Moränensystem liegt in einem umfassenden ältern, dessen gewaltige Stirnmoränen bis ungefähr zur Isohypse 1600 reicht. Schneegrenze des letzten Standes 1710 m.

3. Vom Mittleren Schachengletscher sind Spuren kaum mehr wahrnehmbar, so vollständig haben Schuttkegel sie eingedeckt. Im östlichen Schachengebiet ist die Zuschüttung nicht so weit gediehen; doch ist es schon der Kleinheit des Einzugsgebiets halber zur typischen Moränenbildung nicht gekommen. Doch lassen sich auch hier zur Not zwei Stadien feststellen.

4. Im Gantrischkessel, bei ausgesprochener Nord-Exposition unter sonst nahezu analogen Verhältnissen, hatten die Gletscher eine etwas mächtigere Entwicklung. Jüngste Stirnmoräne bei 1580 m, Gletscheransatz ca. 1900 m, lokale Schneegrenze bei 1660 m.

Auch hier lässt sich ein umfassendes, mächtiges Moränensystem, dessen Rücken sich bis 1675 erheben, nachweisen; diese Gletscher müssen schuttreich gewesen sein in Anbetracht ihrer kurzen Entwicklung.

5. Das Hinaufrücken der Schneegrenze bei Süd-Exposition ist augenfällig gemacht durch das Vorkommen der Moräne im Kessel zwischen Widdergalm und Stierengrat bei 1825 m. Gletscheransatz in ca. 2000 m; lokale Schneegrenze bei 1870 m.

Ein früheres, ausgedehnteres Gletscherstadium wird sich auch hier nachweisen lassen; doch ist die Stierenbergschwelle felsiger Natur, aber durch den Gletscher gerundet.

6. Moränen finden sich hinten in der Alp Kaiseregg, die zum Teil karrenlandschaftlichen Charakter trägt. Es ist verwunderlich, hier bei Ost-Exposition gewaltige Stirn-Moränen in einer Höhe von 1920 m und weiter unten Ansätze zu solchen bei 1870 m zu finden. Ich bin mir über die Entwicklung des Gletschers sowie seiner verschiedenen Stadien hier nicht klar geworden.

Die Schneegrenze müsste nach gewöhnlicher Berechnung hier in der Höhe von 1960 m gelegen haben.

7. Gletscher mit West-Exposition lagen an den Nüschelsflühen sowie am Källazhorn. Stirn-Moränen finden sich am Hüttliplatz 1637 m hoch, sowie oberhalb der Nüschelsalp in derselben Höhe. Hier, weil nur ein Kar erkennbar, ist wohl anzunehmen, dass das letzte Moränensystem, etwas weiter oben gelegen, durch den Schuttkegel eingedeckt worden ist.

Ansatz ca. 1800 m; Endmoräne ca. 1660, wonach eine Schneegrenze von ca. 1700 m anzunehmen wäre.

8. Die beiden konzentrisch liegenden Moränenwälle zwischen Luchernalp und Pfaffen im Hartmannswyl, bei 1800 und 1840 m endigend, weisen auf eine Schneegrenze in 1850 und 1900 m Höhe bei Nord-Exposition.

9. a) Bei 1710 m liegen Moränen der nach SW exponierten Kargletscher links und rechts vom Bunfeligrind. Die Moräne rechts ist durch Erosion angegriffen. Ansatzhöhe beider Gletscher 2000 m, Schneegrenze 1780 m bei SW-Exposition.

b) Bei 1860 m Höhe liegt ein jüngstes Moränenstadium des linksseitigen Bunfeligletschers. Schneegrenze zirka 1900 m bei SW-Exposition.

10. Die steinigen Pochten, östlich vom Widdergalm und Kühharnisch, werden durch eine Moräne bei 1770 m Höhe abgeschlossen. Schneegrenze in 1830 m bei Ost-Exposition.

11. Dem Bühlstadium entspräche wiederum die Moräne unterhalb des steinigen Gantrisch in 1640 m. Schneegrenze bei 1730 m bei Nord-Exposition.

Die Känelgantrischhütte (1506 m) steht auf wallförmiger Erhebung, wahrscheinlich auf Moräne, was jedoch noch festzustellen ist.

Ebenso bedarf eingehenderer Untersuchung die östlich vom Gantrischritz bei zirka 1560 m Höhe liegende wallartige Erhebung.

Gebiet der Brecca.

1. Zwischen Spitze und Hütte von Brémingard lag ein prächtiger Kargletscher mit SE-Exposition. Die Verschneidung des Hintergehänges ist bis auf 1823 m gediehen. Aus dem Verlauf der jetzigen Steinschlagrinne ergibt sich die Lage des

Gletscherstromstrichs; seitlich links — unter der Brémingardhütte — hat der Eisstrom das Seitengehänge stark gescheuert: Beispiel einer nach seitwärts splitternden Gletschererosion. Gletscheransatz bei 1850 m, Endmoränen bei 1650 m, Schneegrenze bei 1700 m. Die ältern Stadien sind noch zu untersuchen.

2. Von Patraflon (1919 m) bis gegen Punkt 1954, nördlich der Ballachaux-Spitze, ist die Form der heutigen Crête sichtlich auch durch die Tätigkeit des seine Hinterlage ausschleifenden Kargletschers gebildet worden. Der Gletscher, welcher in seinen untern Partieen nicht einheitlich war (Punkt 1737 hat ihn in zwei Zungen getrennt, Wiedervereinigung unterhalb wahrscheinlich) hat Endmoränen bei 1640 m Höhe hinterlassen. Moränen liegen beim Grand Chalet in Höhen von zirka 1690 m. Die Felsen nordnordwestlich von der Hütte scheint der Gletscher bei seiner schon geringen Mächtigkeit nicht mehr übereist zu haben; in einzelnen Zungen hat er wohl noch den Weg durch die Couloirs gefunden. Schneegrenze zirka 1750 m bei Ost-Exposition.

3. Das Moränensystem auf der Hochfläche der Maroz-Weiden, ausgehend vom Schufelritzgrad nach Isohypse 1760, umkreisend die Hütte, in Anlehnung an Punkt 1797 sich zurückziehend ans Hintergehänge, ist nicht überall deutlich zu verfolgen. Ins umschriebene Gebiet ragt ein Rücken, dem wahrscheinlich Moränen angelagert sind. Zu Schneegrenzbestimmungen, weil noch unsicher, nicht zu verwerten.

4. Ein typischer Kargletscher befand sich im Norden der Schopfenspitze in den Chambre aux Chamois. Gletscheransatz am Umrandungsgehänge (2050—1933) in zirka 2000 m, die mit Moränen überlagerte Schwelle bei 1822 m. Schneegrenze in 1900 m bei Nord-Exposition.

5. Ganz ähnlich werden die Verhältnisse im Creux des Combes liegen, nördlich der Combifluh; doch ist dieses Kar noch abzusuchen.

6. Die lokale Schneegrenze fürs Bühlstadium ergibt sich durchaus sicher aus dem Vorhandensein einer gut ausgebildeten Moräne im östlichen Teil des Combeskessels bei 1640 m. Schneegrenze in 1700 m bei Nord-Exposition.

7. Ein Kargletscher von prächtiger Ausbildung war im

Brequettazkessel. Gletscheransatz in zirka 1850 m, Schwelle (Moräne) 1652 m. Schneegrenze 1700 m bei Nord-Exposition.

8. Die Moräne, welche in weitem Bogen das Ripettliseeli umschliesst, bekundend eine lokale Schneegrenze von unter 1550 m bei NW-Exposition, scheint einem ältern Stadium der Vergletscherung angehört zu haben.

So weit die Beobachtungen meines lieben Freundes.

Wir haben dieselben gemeinsam eingehend diskutiert und die erhaltenen Werte der Schneegrenze mit der heutigen Höhe derselben verglichen. Letztere muss nach der von Ed. Imhof[1]) für diese Gegend zu 1700—1800 m bestimmten Höhe der Waldgrenze interpoliert werden und ergibt sich, da der Abstand beider Grenzen in der Schweiz fast durchweg 850 m beträgt, zu 2600 m. Ordnen wir die oben geschilderten Gletscher nach der Höhe ihrer Schneegrenze, so ergibt sich folgende Tabelle:

[1]) Die Waldgrenze in der Schweiz. Gerlands Beiträge zur Geophysik. Bd. IV, Tafel IV.

	Exposition	Bühlstadium		Gschnitzstadium	
Kaiseregg.		Schneegrenze	Depression	Schneegrenze	Depression
1. Parwengigletscher	N	1710 m	890 m		
2. Westl. Schachengl.	N	1710	890		
4. Gantrischkesselgl.	N	1660	940		
5. Widdergalmgl.	S	1870	730		
6. Alp-Kaiseregggl.	O			1960 m	640 m
7. Nüschelsflühgl.	W	1700	900		
8. Hartmannswylgl.	N			1880	720
9. Bunfeligrindgl.	SW	1780	820	1900	700
10. Pochtengl.	O			1830	770
11. Steinig-Gantrischgl.	N	1730	870		
Brecca.					
1. Brémingardgl.	SO	1700	900		
2. Patraflongl.	O	1750	850		
4. Chambre aux Chamois-Gl.	N			1900	700
6. Combes-Kessel-Gl.	N	1700	900		
7. Brequettazkesselgl.	N	1700	900		
Mittel[1])		1715 m	885 m	1895 m	705 m

[1]) Ohne Widdergalmgletscher.

Sehen wir von dem Widdergalmgletscher ab, dessen Südexposition ganz besondere Verhältnisse schafft, so haben von den 15 Gletschern 10 eine Schneegrenze zwischen 1660 und 1780 m oder im Mittel in rund 1700 m, 5 eine solche zwischen 1830 und 1960 m oder im Mittel in rund 1900 m.

Durch die Uebereinstimmung der Schneegrenzhöhen wird die Gleichzeitigkeit der Gletscher jeder Gruppe sicher gestellt.

Die Gletscher der ersten Gruppe gehören mit einer Höhe der Schneegrenze rund 900 m unter der heutigen dem von Penck und mir (Brückner) unterschiedenen Bühlstadium, die der letzten mit einer Depression von 700 m dem Gschnitzstadium an.

G. Sidler.

Zu den logarithmischen Reihen.

(Eingereicht den 3. Oktober 1904.)

Bei meiner Vorbereitung auf die bernischen Maturitätsprüfungen vom Herbst 1904 haben sich mir die folgenden Kleinigkeiten ergeben, die ich mir erlaube, der Tit. Naturforschenden Gesellschaft vorzulegen.

1. In der Reihe

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right)=z+\frac{z^3}{3}+\frac{z^5}{5}+\frac{z^7}{7}+\cdots\cdots$$

setzen wir $z=\cos x$, so kommt

$$\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}=\cos x+\frac{1}{3}(\cos x)^3+\frac{1}{5}(\cos x)^5+\cdots \qquad (1)$$

Auf der rechten Seite wollen wir die Potenzen von $\cos x$ durch Cosinusse der Vielfachen von x ausdrücken. Erheben wir hiezu die Relation $2\cos x=e^{xi}+e^{-xi}$ in die Potenz $2n+1$, so ergibt sich

$$2^{2n}\cdot(\cos x)^{2n+1}=\cos(2n+1)x+\binom{2n+1}{1}\cos(2n-1)x+$$

$$+\binom{2n+1}{2}\cos(2n-3)x+\binom{2n+1}{3}\cos(2n-5)x\cdots+$$

$$+\binom{2n+1}{n}\cos x.$$

Durch diese Substitutionen geht die Reihe (1) über in

$$\log \operatorname{cotg} \frac{x}{2} = \cos x +$$
$$+ \frac{1}{3 \cdot 2^2} \left\{ \binom{3}{1} \cos x + \cos 3x \right\} +$$
$$+ \frac{1}{5 \cdot 2^4} \left\{ \binom{5}{2} \cos x + \binom{5}{1} \cos 3x + \cos 5x \right\} +$$
$$+ \frac{1}{7 \cdot 2^6} \left\{ \binom{7}{3} \cos x + \binom{7}{2} \cos 3x + \binom{7}{1} \cos 5x + \cos 7x \right\} +$$
$$+ \cdots\cdots\cdots,$$

d. h. wenn wir schreiben

$$\log \operatorname{cotg} \frac{x}{2} = \underset{1}{A} \cos x + \underset{3}{A} \cos 3x + \underset{5}{A} \cos 5x + \cdots, \qquad (2)$$

so erhalten wir

$$\underset{1}{A} = \frac{1}{2^0} \left\{ \frac{\binom{1}{0}}{1 \cdot 2^0} + \frac{\binom{3}{1}}{3 \cdot 2^2} + \frac{\binom{5}{2}}{5 \cdot 2^4} + \frac{\binom{7}{3}}{7 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$
$$\underset{3}{A} = \frac{1}{2^2} \left\{ \frac{\binom{3}{0}}{3 \cdot 2^0} + \frac{\binom{5}{1}}{5 \cdot 2^2} + \frac{\binom{7}{2}}{7 \cdot 2^4} + \frac{\binom{9}{3}}{9 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$
$$\underset{5}{A} = \frac{1}{2^4} \left\{ \frac{\binom{5}{0}}{5 \cdot 2^0} + \frac{\binom{7}{1}}{7 \cdot 2^2} + \frac{\binom{9}{2}}{9 \cdot 2^4} + \frac{\binom{11}{3}}{11 \cdot 2^6} + \cdots \right\}$$

oder allgemein

$$2^{2k} \cdot A_{2k+1} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n+1}{n}}{(2k+2n+1) \cdot 2^{2n}}, \qquad (3)$$

was wir auch schreiben können

$$2^{2k} \cdot A_{2k+1} = \frac{1}{2k+1} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n}{n-1}}{n \cdot 2^{2n}}. \qquad (3')$$

Untersuchen wir die für A_{2k+1} erhaltene Reihe (3) oder (3') auf ihre Konvergenz. Der Quotient irgend eines Gliedes durch das vorhergehende ist

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(2k+2n)(2k+2n-1)}{4n(2k+n+1)} =$$
$$= \frac{n^2 + (2k - 1/2) \cdot n + k(k - 1/2)}{n^2 + (2k+1)n}.$$

Nun zeigt Gauss in seiner Abhandlung über die Hypergeometrische Reihe: Wenn bei irgend einer Reihe mit positiven Gliedern der Quotient der Form ist

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^h + C_1 n^{h-1} + C_2 n^{h-2} + \cdots}{n^h + D_1 n^{h-1} + D_2 n^{h-2} + \cdots},$$

so ist die Reihe dann und nur dann konvergent, wenn $D_1 - C_1 > 1$. Bei der Reihe für A_{2k+1} ist nun $D_1 - C_1 = (2k+1) - (2k-1/2) = 3/2$. Somit ist die für A_{2k+1} erhaltene Reihe (3) oder (3′) konvergent.

2. Um nun den Koeffizienten A_{2k+1} in geschlossener Form darzustellen, differenzieren wir die Entwicklung (2), so kommt

$$\frac{1}{\sin x} = A_1 \sin x + 3 A_3 \sin 3x + 5 A_5 \sin 5x + \cdots \qquad (4)$$

Jetzt bieten sich uns verschiedene Wege dar, den Koeffizienten A_{2k+1} zu bestimmen.

Wir können (4) beiderseits mit $2 \sin (2h+1) x \cdot dx$ multiplizieren, und von $x = 0$ bis $x = \frac{\pi}{2}$ integrieren.

Nun ist, wenn k und k′ irgend zwei ganze Zahlen, inklusive 0, darstellen

$$\int_0^{\pi/2} 2 \sin (2k'+1) x \cdot \sin (2k+1) x \cdot dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \{\cos 2 (k-k') x - \cos 2 (k+k'+1) x\} dx =$$

$$\begin{cases} = 0, & \text{wenn } k' \lesseqgtr k \\ = \pi/2, & \text{» } k' = k. \end{cases}$$

Somit kommt aus (4)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin (2k+1) x}{\sin x} \cdot dx = \frac{\pi}{2} \cdot (2k+1) A_{2k+1}. \qquad (\alpha)$$

Um das Integral linker Hand zu werten, schreiben wir

$$J_k = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin (2k+1) x}{\sin x} \cdot dx,$$

so kommt

$$J_k - J_{k-1} = \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x \cdot \cos 2k x}{\sin x} dx =$$

$$= \int_0^{\pi/2} 2\cos 2kx\,dx = 0.$$

Somit $J_k = J_0 = \frac{\pi}{2}$, d. h. wir finden

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2k+1)x}{\sin x}\,dx = \frac{\pi}{2}, \qquad (\beta)$$

und

$$A_{2k+1} = \frac{2}{2k+1}. \qquad (5)$$

Oder aber, um (β) zu gewinnen, haben wir

$$\frac{\sin(2k+1)x}{\sin x} = \frac{e^{(2k+1)xi} - e^{-(2k+1)xi}}{e^{xi} - e^{-xi}} =$$

$$= e^{2kxi} + e^{(2k-2)xi} + e^{(2k-4)xi} \cdots + e^{(2k-2k)xi} =$$

$$+ e^{-2kxi} + e^{-(2k-2)xi} + e^{-(2k-4)xi} \cdots$$

$$= 1 + 2\cos 2x + 2\cos 4x + 2\cos 6x \cdots + 2\cos 2kx.$$

Somit $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(2k+1)x}{\sin x} \cdot dx = \frac{\pi}{2}$ wie oben.

3. Den Wert von A_{2k+1} können wir aber auch auf ganz elementarem Wege aus der Entwicklung (4) gewinnen. Wir multiplizieren hiezu (4) mit $2\sin x$, so kommt

$$2 = \sum_{k=0}^{k=\infty} (2k+1)\,A_{2k+1} \cdot \{\cos 2kx - \cos(2k+2)x\}.$$

d. h.:

$$2 = A_1 + (3A_3 - A_1)\cos 2x + (5A_5 - 3A_3)\cos 4x +$$
$$+ (7A_7 - 5A_5)\cos 6x + (9A_9 - 7A_7)\cos 8x + \cdots$$

Dieses wird zur Identität, wenn

$$A_1 = 2$$
$$3A_3 = A_1$$
$$5A_5 = 3A_3$$
$$7A_7 = 5A_5$$

— — — —

$$(2k+1)\,A_{2k+1} = (2k-1)\,A_{2k-1}.$$

Hieraus durch Multiplikation $(2k+1)\,A_{2k+1} = 2$, also

$$A_{2k+1} = \frac{2}{2k+1}, \qquad \text{wie oben.}$$

4. Führen wir den für A_{2k+1} gewonnenen Wert in (2) ein, so finden wir schliesslich

$$\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2} = \tag{6}$$

$$= \cos x + \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{5}\cos 5x + \frac{1}{7}\cos 7x + \cdots \text{in inf.}$$

Diese Reihe ist konvergent. Denn fassen wir rechter Hand die Gruppen aufeinanderfolgender gleichzeichiger Terme je zu einem einzigen Terme zusammen, so haben wir eine Reihe mit abwechselnden Vorzeichen, und die absoluten Werte der betreffenden Terme werden schliesslich unendlich klein.

Vergleichen wir (6) mit (1)

$$\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2} = \tag{1}$$

$$= \cos x + \frac{1}{3}(\cos x)^3 + \frac{1}{5}(\cos x)^5 + \frac{1}{7}(\cos x)^7 + \cdots,$$

so ist interessant, dass in der Entwicklung von $\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}$ nach ungeraden Potenzen von $\cos x$ und in der Entwicklung von $\frac{1}{2}\log\operatorname{cotg}\frac{x}{2}$ nach Cosinussen der ungeraden Vielfachen von x je die nämlichen Koeffizienten auftreten.

Setzen wir in (6) und in (1) x in $\frac{\pi}{2} - x$ um, so erhalten wir

$$\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = \tag{1'}$$

$$= \sin x + \frac{1}{3}(\sin x)^3 + \frac{1}{5}(\sin x)^5 + \frac{1}{7}(\sin x)^7 + \cdots$$

und

$$\frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = \tag{6'}$$

$$= \sin x - \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x - \frac{1}{7}\sin 7x + \cdots$$

In (6) sei $x = \frac{\pi}{4}$, so haben $\cos x$, $\cos 3x$, $\cos 5x$ u. s. w. denselben absoluten Wert $\frac{1}{\sqrt{2}}$, und zwar ist $\cos x$ positiv, $\cos 3x$ und $\cos 5x$ sind negativ, $\cos 7x$ und $\cos 9x$ positiv u. s. f. Wir erhalten also

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \log \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \cdots$$

Sei nun $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = z$, so ist $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{2z}{1-z^2}$, also

$$1 = \frac{2z}{1-z^2} \text{ oder } z^2 + 2z - 1 = 0, \text{ also } \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} = -1 + \sqrt{2}$$

und $\operatorname{cotg} \frac{\pi}{8} = 1 + \sqrt{2}$. Wir erhalten also aus (6)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \log \text{nat.} (1 + \sqrt{2}) = \\ = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \cdots \tag{7}$$

Aus der Entwicklung (1) aber ergibt sich

$$\sqrt{2} \cdot \log \text{nat.} (1 + \sqrt{2}) = \\ = 1 + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{5 \cdot 2^2} + \frac{1}{7 \cdot 2^3} + \frac{1}{9 \cdot 2^4} + \cdots \tag{8}$$

5. Den für A_{2k+1} erhaltenen Wert führen wir auch in (3′) ein, so kommt:

$$\frac{2^{2k+1} - 1}{2k+1} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\binom{2k+2n}{n-1}}{n \cdot 2^{2n}}, \tag{9}$$

d. h.

$$\frac{2^{2k+1} - 1}{2k+1} = \frac{1}{1! 2^2} + \frac{2k+4}{2! 2^4} + \frac{(2k+6)(2k+5)}{3! 2^6} + \tag{9′}$$

$$+ \frac{(2k+8)(2k+7)(2k+6)}{4! 2^8} + \frac{(2k+10)(2k+9)(2k+8)(2k+7)}{5! 2^{10}} +$$

$+ \cdots$ in inf.

6. Die obigen Resultate können wir auch, wie folgt, gewinnen und verallgemeinern. In der Reihe

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right)=z+\frac{z^3}{3}+\frac{z^5}{5}+\cdots\cdots \qquad (a)$$

setzen wir $z=\alpha e^{ix}$, wo α absolut <1, so erhalten wir

$$\alpha\cos x+\frac{1}{3}\alpha^3\cos 3x+\frac{1}{5}\alpha^5\cos 5x+\cdots=\frac{1}{2}R\left\{\log\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}\right\}$$

$$\alpha\sin x+\frac{1}{3}\alpha^3\sin 3x+\frac{1}{5}\alpha^5\sin 5x+\cdots=\frac{1}{2i}J\left\{\log\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}\right\},$$

wo R die reelle und J die imaginäre Komponente des rechts neben R oder J stehenden Ausdrucks bezeichnet.

Multiplizieren wir in $\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}$ Zähler und Nenner mit $1-\alpha e^{-ix}$, so kommt

$$\frac{1+\alpha e^{ix}}{1-\alpha e^{ix}}=\frac{1+2i\alpha\sin x-\alpha^2}{1-2\alpha\cos x+\alpha^2},$$

und wir erhalten daher

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cos(2k+1)x}{2k+1}= \qquad (b)$$

$$=\frac{1}{2}R\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)-\frac{1}{2}\log(1-2\alpha\cos x+\alpha^2),$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\sin(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{2i}J\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2). \qquad (c)$$

Aber $\log(u+iv)=\frac{1}{2}\log(u^2+v^2)+i\,\mathrm{Arc\,tg}\,\frac{v}{u}$, woraus

$$\log(1+2i\alpha\sin x-\alpha^2)=\frac{1}{2}\log\left\{(1-\alpha^2)^2+4\alpha^2\sin x^2\right\}+$$

$$+i\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right).$$

Hier können wir rechter Hand die reelle Komponente schreiben $\frac{1}{2}\log\left\{(1+\alpha^2)^2-4\alpha^2\cos x^2\right\}$, und wir finden daher

$$\mathrm{R}\log(1+2\mathrm{i}\alpha\sin x-\alpha^2)=\frac{1}{2}\log(1+2\alpha\cos x+\alpha^2)$$
$$+\frac{1}{2}\log(1-2\alpha\cos x+\alpha^2),$$

$$\mathrm{J}\log(1+2\mathrm{i}\alpha\sin x-\alpha^2)=\mathrm{i}\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right).$$

Die Relationen (b) und (c) ergeben somit schliesslich

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cdot\cos(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{4}\log\left(\frac{1+2\alpha\cos x+\alpha^2}{1-2\alpha\cos x+\alpha^2}\right), \quad (10)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2k+1}\cdot\sin(2k+1)x}{2k+1}=\frac{1}{2}\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\sin x}{1-\alpha^2}\right). \quad (11)$$

In (10) dürfen wir $\alpha=1$ setzen, und erhalten dann rechts $\frac{1}{4}\log\left(\frac{1+\cos x}{1-\cos x}\right)=\frac{1}{2}\log\mathrm{cotg}\frac{x}{2}$. So gewinnen wir wieder unser früheres Resultat

$$\frac{1}{2}\log\mathrm{cotg}\frac{x}{2}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}\cdot\cos(2k+1)x, \quad (6)$$

während aus (a) die Substitution $z=\cos x$ gibt

$$\log\mathrm{cotg}\frac{x}{2}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}(\cos x)^{2k+1}. \quad (1)$$

Setzen wir ferner in (11) $x=\frac{\pi}{2}$, so kommt

$$\sum(-1)^k\cdot\frac{\alpha^{2k+1}}{2k+1}=\frac{1}{2}\,\mathrm{Arc\,tg}\left(\frac{2\alpha}{1-\alpha^2}\right)=\mathrm{Arc\,tg}\,\alpha.$$

Die bekannte Arc tg Reihe:

$$\mathrm{Arc\,tg}\,\alpha=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\cdot\frac{\alpha^{2k+1}}{2k+1} \quad (11')$$

ist also ein spezieller Fall von (11).

L. Fischer.

Dritter Nachtrag
zum
Verzeichnis der Gefässpflanzen
des Berner Oberlandes
mit Berücksichtigung der Standortsverhältnisse, der horizontalen und vertikalen Verbreitung.[1])

(Eingereicht den 25. November 1904.)

Wie im ersten und zweiten Nachtrag (Mitteil. 1882 und 1889) sind die für das Oberland neuen Arten durch fetten Druck bezeichnet. Es sind denselben eine Anzahl Arten angereiht, für welche den früheren Angaben über horizontale und vertikale Verbreitung wichtigere Ergänzungen beigefügt werden konnten.

Von neueren Druckschriften benützte ich hauptsächlich: Christ, Die Farnkräuter der Schweiz (Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz, I. 2. 1900); H. Jaccard, Catalogue de la Flore Valaisanne (Neue Denkschriften der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für die gesamten Naturwissenschaften (Vol. 34, 1895), dem ich eine Anzahl, die Pass-Übergänge ins Berner Oberland betreffende Angaben entnommen habe; P. Jaccard, Contributions au problème de l'immigration postglaciaire de la Flore alpine du massif du Wildhorn etc. (Bull. de la Soc. vaudoise des sciences nat. 1900); J. Maurer, Verzeichnis der Flora des Klusgebietes in der Stockhornkette (in Gempeler, Heimatkunde des Simmentals 1904) und verschiedene Mitteilungen in den Berichten

[1]) Mitteilungen der bernischen naturforschenden Gesellschaft aus dem Jahr 1875.

der schweiz. botanischen Gesellschaft I—XIV, 1891—1904. — Zahlreiche Standortsangaben verdanke ich ferner (ausser den früher genannten Beobachtern, von denen mehrere mir auch neuerdings Beiträge lieferten) den Herren: Dr. Dick in Bern; Dr. Gassmann; Dr. G. Keller in Aarau; H. Lüscher; R. Streun, Lehrer in Bern; J. Stump, Seminarlehrer in Hofwil.

Anemone ranunculoides L. (Verzeichnis S. 11). Auf Wiesen und in Gebüschen zwischen Lütschental und Zweilütschenen (Stump); Wiese bei Spiezwyler (Maurer).

Ranunculus parnassifolius L. (S. 12). Wildstrubel (Favre in Jaccard Cat. Flor. Val.); am Knubel (ca. 2400 m) zwischen Gerihorn und Aermighorn im Kiental (Streun).

Ranunculus reptans L. (S. 12). Totensee, Grimsel (Muret in Jaccard Cat. Flor. Val).

Aquilegia alpina L. (S. 14 und Nachtrag 1, S. 5). Geissholzlaui über Meiringen (Dr. Dick); Fisialp bei Kandersteg und Iffigen bei Lenk (Dr. Fankhauser); Kühdungel bei Lauenen (P. Jaccard).

Delphinium elatum L. (S. 14 und Nachtrag 1 und 2). Am Hinterburgseeli am Fuss des Oltschikopfes bei 1524 m.! Kilei im Diemtigtal, ca. 1450 m. (Ed. Fischer); am Seebergsee am Übergang aus dem Männiggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick).

Papaver alpinum L. (S. 16). Geröllhalden beim Kummli am NO-Abfall des Seehorns (Diemtigtal) (Ed. Fischer); Ostabhänge des Ankenstocks (bei den Spielgerten) (Dr. Dick).

Sisymbrium Sophia L. (S. 19 und Nachtrag 1 und 2). Auch «im Nessli» im Gebiet der Boltigenklus (Dr. Dutoit).

Anmerkung. Alyssum Wulfenianum Bernh. (S. 20 als zweifelhaft angegeben) ist zu streichen.

Lunaria rediviva L. (S. 21 und Nachtrag 2). Seefluh bei Lenk (Dr. Fankhauser).

Silene acaulis L. (S. 29). *Var. exscapa* (*S. exscapa All.*). In höheren Lagen hin und wieder. Grimsel (Lagger, nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Erodium cicutarium L'Hérit. (S. 38). Zwischen Oberhofen und Hilterfingen (Streun).

Impatiens nolitangere L. (S. 38 und Nachtrag 1, S. 7). Trachsellauenen bis gegen 1400 m (Ed. Fischer).

Evonymus latifolius Scop. (Nachtrag 1, S. 7). Brünig unterhalb des Kurhauses!

Rhamnus alpina L. (S. 39). Grindelwald gegen Bachalp (Christ); Hohfluh am Hasliberg!

Anmerkung. Trifolium patens Schreb. Boltigen (Maurer, nach Berichte der schweiz. bot. Ges. XIV, S. 126). An der Simme bei Reidenbach (Dr. Dutoit). — Wohl erst neulich eingeschleppt.

Coronilla vaginalis Lam. (S. 44). Hohfluh am Hasliberg, ca. 1000 m! Hundschüpfen bei Meiringen (Dr. Dutoit); Klus bei Schwarzenmatt (Maurer); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Lathyrus luteus Gren. (S. 46 und Nachtrag 1, S. 8). Felsen nördlich vom Seebergsee am Übergang aus dem Männiggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick); Rossgraben über Heustrich am Niesen (Streun); Juststal gegen Schafloch (Christen).

Geum rivale × montanum (*G. inclinatum Schleich.*). Am Schwandfehlspitz ob Adelboden, unter den Stammarten (Dr. Dutoit); Dürrenberg im Kiental (Ed. Fischer).

Potentilla aurea × minima. Sanetsch, Gemmi am Daubensee (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Alchemilla splendens Christ. Axalp (W. Bernoulli); am unteren Grindelwaldgletscher (Christ); Kl. Scheidegg (Favrat); Wengen (Alioth, nach Christ); Breitlauenenalp bei Interlaken (Christ); Gemmi von Kandersteg bis zur Passhöhe (Buser). — Wurde früher für hybrid (*alpina × vulgaris*) gehalten.

Alchemilla alpina L. (S. 51). Buser (Berichte der schweiz. botan. Gesellschaft 1894) unterscheidet als besondere Arten: *A. alpina L.* (*A. alpina Var. glomerata Tausch*) im Silicatgebiet der Zentralalpen und *A. Hoppeana Rchb.* (*A. alpina Var. asterophylla Tausch*) häufig im Kalkalpengebiet. — In der Bearbeitung der Gattung Alchemilla von Buser (in Jaccard Cat. Flor. Val. 1895) sind von zahlreichen, von B. neu aufgestellten Arten manche für die Gemmi, einzelne derselben auch für Sanetsch und Rawyl angegeben.

Rosa graveolens Gren. (*R. elliptica Tausch*) (S. 53). Adelboden! Bei Schwarzenmatt und Weissenbach (Maurer); Saanen (Jacquet).

Rosa tomentella Leman (S. 53). Sigriswyl und Sundlauenen (Herb. Fischer-Ooster).

Rosa stylosa Desv. Ried bei Thun (Herb. Fischer-Ooster).

Anmerkung. Rosa spinulifolia Dematra (S. 53) ist nach Crépin hybrid (*R. alpina* × *tomentosa*). — *Rosa mollissima Fries* (S. 52) ist zu streichen, das bezügliche Exemplar gehört nach Crépin zu *R. tomentosa Sm.*

Epilobium nutans Tausch (*E. alpinum Var. nutans Koch*). Wengernalp (Gremli Exc. Flora Ed. 9, S. 177).

Circaea alpina L. (S. 57). Gadmental oberhalb Schaftelen! Brünig! Giessbach gegen Iseltwald! Zwischen Frutigen und Adelboden (Lüscher); unterhalb Schwarrenbach (Rion, in Jaccard Cat. Flor. Val.); Bäderalp bei Boltigen (Maurer).

Hippuris vulgaris L. (S. 58 und Nachtrag 1. S. 9). Tiefenrohren bei Lenk (Christen).

Callitriche verna L. (S. 58). Tümpel am Hasliberggrat ca. 1960 m und bei Käserstatt 1830 m! Obersuldalp, nahe der Baumgrenze! Ober-Gurbs im Diemtigtal ca. 1900 m (Ed. Fischer); Wallopalp 1700 m (Maurer); Ober-Wirtneren an der Nordseite der Stockhornkette ca. 1500 m!

Sedum reflexum L. (S. 60). An mehreren Standorten im Clusgebiet im Simmental (Maurer).

Saxifraga oppositifolia L. Var. Rudolphiana (S. 63). Gemmi (Wolf nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Saxifraga exarata Vill. (S. 64). Am Unteraargletscher (J. Fankhauser); Kühdungel bei Lauenen (P. Jaccard).

Saxifraga cernua L. (S. 65). «A la Boiterie» (Bernergrenze) am Sanetsch, und auf der Wallisseite des Passes «au Sublage» (Jaccard Cat. Flor. Val.)

Saxifraga caesia × *aizoides* (S. 65). Am Oeschenenbach oberhalb Kandersteg (Dr. Dutoit).

Chrysosplenium oppositifolium L. An einem Seitenbach des Guntenbaches bei Sigriswyl (Dr. Fankhauser).

Eryngium alpinum L. (Nachtrag 2) wurde (in wenigen Exemplaren) am Oltschihorn gefunden (Streun). Soll auch an den Engelhörnern im Urbachtal beobachtet worden sein.

Chaerophyllum temulum L. Ringgenberg in Gebüschen oberhalb des Landungsplatzes!

Adoxa Moschatellina L. (S. 72). Emdtal bei Aeschi (Streun). Ludnigtälchen bei Adelboden! Krähenloch an der Mittagfluh bei Boltigen ca. 1650 m (Maurer).

Asperula cynanchica L. (S. 74). Bis in die mittlere Region, z. B. von der Boltigenklus bis zur Wallopalp (Maurer).

Asperula odorata L. (S. 74). Wie vorige, z. B. Bruchberg bei Boltigen ca. 1550 m (Maurer).

Galium boreale L. (S. 74). Am Südabhang des Niesenhorns bei Lauenen 2450—2500 m (P. Jaccard).

Valeriana officinalis L. (S. 75). Selten bis in die höhere Region: Am Stierengrat bei Boltigen bis 1900 m (Maurer).

Tanacetum vulgare L. (S. 83). Reuti ob Meiringen! Mauern am See bei Iseltwald! Riederen zwischen Spiez und Einigen! Spiez!

Anmerkung. Aronicum glaciale (S. 85). Nach v. Tavel (Berichte der schweiz. bot. Gesellschaft VI 1896) scheint das echte *A. glaciale (Wulf.) Rb.* der Schweiz zu fehlen. Was derselbe als A. glaciale von schweiz. Standorten in den Herbarien fand, erwies sich als Formen von A. Clusii und A. scorpioides.

Senecio aurantiacus DC. (S. 86 und Nachtrag 1, S. 11). Axalphorn und Tschingel bei Axalp (Lüscher); Glütschalp (Streun); Iffigenalp bei Lauenen (Dr. Fankhauser).

Senecio aquaticus Huds. Grunholz bei Schwarzenmatt im Simmental (Maurer).

Senecio incanus L. (S. 86). Grimsel (Jaccard Cat. Flor. Val.); Bächlihorn und Brandlammhorn über dem Unteraargletscher bei ca. 3000 m (E. v. Fellenberg); Lötschenpass (Vulpius).

Saussurea alpina DC. (S. 89). Sulegg über dem Sulssee (de Bary); am «Hinterburgseeli» am Fuss des Oltschikopfes ca. 1524 m! — *Var. subdepressa Rchb. fil.* Aermighorn im Frutigtal ca. 2400 m (Dr. Gassmann); Sanetsch (nach Jaccard Cat. Flor. Val.). — Zu dieser Var. wird neuerdings *S. depressa auct. helv.* (S. 89) gezogen. Die echte *S. depressa Gren. Godr.* scheint der Schweiz zu fehlen.

Hieracium. Von den zahlreichen in neuerer Zeit aufgestellten Species, Subspec., hybriden und nicht hybriden Zwischenformen dieser Gattung werden viele in der neuen Bearbeitung von Zahn in Koch Synopsis der Deutschen und Schweizer Flora, Aufl. 3, und von F. Käser (Beiträge zur Kenntnis der Hieracienflora der Schweiz, in Berichte der schweiz. botanischen Ge-

sellschaft, Heft 13, 1903) für das Oberland, besonders Simmental zitiert. Eine Aufzählung der bezüglichen Funde aus dem Klusgebiet bei Boltigen gibt J. Maurer in Reidenbach (Verzeichnis der Flora des Klusgebietes in der Stockhornkette, in Gempeler, Heimatkunde des Simmentales 1904). — Eine Revision der älteren Vulpius'schen Angaben nach dem neueren Stand der Hieracienforschung gibt: Zahn, Hieracia Vulpiana, in Mitth. des badischen botanischen Vereins 1899.

Vaccinium Vitis Idaea L. (S. 101). *Var. leucocarpum Ascherson et Magnus.* Trachsellauenen, auf Gneiss (Ed. Fischer).

Oxycoccos palustris Pers. (S. 101). Egelsee bei Diemtigen, 991 m (Dr. Dick).

Pirola uniflora L. (S. 104 und Nachtrag 1, S. 12). Arnialp ob Meiringen (Dr. Dutoit); Gimmelwald (Lüscher); Tschingel im Kiental (Ed. Fischer); Ufergebüsche der Simme und Kander bei Wimmis (Christen); Klusgebiet bei Boltigen (Maurer); Räzliberg bei Lenk (Christen); Sanetsch (Jacquet).

Monotropa Hypopitys L. (S. 105). Im Buchenwald zwischen Gsteig und Bönigen (Lüscher); Buchenwald zwischen Merligen und Beatenberg! Tannenwald bei Weissenbach im Simmental (Maurer).

Menyanthes trifoliata L. (S. 106). «Hohschwandseeli» am Hasliberg (J. Fankhauser); Sumpf auf Mägisalp am Hasliberg! Gspann am Brünig! Kandersteg! und Spitalmatt (Gemmi)! Faulenseebad bei Spiez! Seebergsee am Übergang aus dem Mäniggrund nach Zweisimmen (Dr. Dick); Rohrmoos zwischen Jaun und Boltigen (Lüscher).

Gentiana lutea L. (S. 106). Burgfeldstand bei Beatenberg 2000 m (Hügli); Axalp gegen Hinterburgsee ca. 1600 m! Tschingel im Kiental (Ed. Fischer); Diemtigtal oberhalb Rotbad! Rawyl (Rhiner); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.); Langeneckgrat bei Blumenstein 1200—1300 m!

Gentiana purpurea × *lutea* (S. 109). Heitialp über Erlenbach (Dr. Dick).

Erythraea pulchella Fries (S. 109). Zwischen Wimmis und Heustrich (Streun).

Echinospermum deflexum Lehm. (S. 110 und Nachtrag 1, S. 13). Gasterenschlucht (Dr. Dutoit).

Anchusa arvensis Bieb. (S. 112). Emdtal bei Aeschi (Streun).

Atropa Belladonna L. (S. 113). Oberhalb Bönigen und Gsteigwyler! Spiez, gegen Einigen! Weissenbach und Reidenbach im Simmental (Maurer), Rufigraben am nördlichen Fuss der Stockhornkette!

Anmerkung. Hyoscyamus niger L. In vereinzelten Exemplaren beobachtet bei Häusern auf dem Hasliberg! und bei Grindelwald (Stump).

Digitalis lutea L. (S. 114). Beatenberg 1200 m (Hügli); Mühlenen (Streun); Ringgenberg! Simmental im Klusgebiet bis über 1300 m (Maurer); Lenk (Dr. Fankhauser).

Veronica scutellata L. Tiefenrohren bei Lenk (Christen).

Anmerkung. Die Angabe von *Veronica Teucrium L.* am Daubensee (Brown Cat. 1845) hat, soweit mir bekannt, keine neuere Bestätigung gefunden.

Pedicularis Barrelieri Rb. (S. 118 und Nachtrag 1, S. 13). Rawyl (Wolf.); Sanetsch (Jaccard Cat. Flor. Val.); Fermeltal bei St. Stephan (Dr. Dick).

Pedicularis palustris L. (S. 118 und Nachtrag 1, S. 13). Bis in die höhere Region: Trüttlisberg zwischen Lauenen und Lenk (ca. 1950 m) (Dr. Fankhauser). Sumpfwiesen bei Kandersteg!

Euphrasia officinalis L. (S. 119). *Subspec. capitulata Towns.* Zwischen Gr. Scheidegg und Faulhorn; Schynige Platte und oberhalb Mürren (Townsend, nach Berichte der schweiz. bot. Ges. I 1891, S. 153). — Von den als *E. officinalis L.* zusammengefassten *E.* ist *E. Rostkoviana Hayne* die verbreitetste, von der Ebene bis in die höhere Region aufsteigende Art.

Lathraea Squamaria L. (S. 120 und Nachtrag 1, S. 13). Bei Goldswil und Ringgenberg stellenweise ziemlich häufig!

Orobanche Scabiosae Koch (S. 120). Arnialp (Hasliberg) bei ca. 1500 m und Schynige Platte bei ca. 1900 m (Dr. Dutoit); Tschingel im Kiental (Dr. Gassmann). — Auf Cirsium oleraceum im Pochtenkessel bei Adelboden (F. v. Tavel) und am Niesen ob Heustrich (Ed. Fischer).

Orobanche flava Mart. (S. 121). Am Eingang des Lauterbrunnentals und im Gattafel am Niesen (Christen); zwischen Frutigen und Adelboden (Ed. Fischer); auf Aconitum Lycoctonum unter dem Krachihorn bei Reidenbach (Maurer).

Orobanche Cervariae Suard. Auf Peucedanum austriacum unter dem Kienhorn bei Boltigen (Maurer).

Salvia verticillata L. (Nachtrag 2). Am Bussalpbach bei der Schwendi im Grindelwaldtal (Stump); Lenk (Christen); Reidenbach, selten (Maurer).

Calamintha grandiflora Mönch. (S. 122). In der Pletsch unter dem Hohmaad bei ca. 1750 m und am Schafarnisch 1850 m an der Stockhornkette (Maurer).

Nepeta Cataria L. (S. 123). Niederried am Brienzersee (vereinzelt) Oberhofen! Selten bei Reidenbach im Simmental (Maurer).

Stachys arvensis L. Leissigen am Weg nach dem Stoffelberg!

Stachys palustris × *silvatica* (*S. ambigua Sm.*). Wilderswyl (Lüscher).

Betonica hirsuta L. (S. 124). Rawyl (Schneider nach Jaccard Cat. Flor. Val.), ob Bernerseite?

Androsace imbricata Lam. (S. 127). Ewigschneehorn bei 3000 m (Heer nach Berichte der schweiz. bot. Ges. III, S. 124).

Anmerkung. Für die Angabe von *Androsace carnea L.* an der Gemmi (Thomas nach Jaccard Cat. Flor. Val.) ist mir keine neuere Bestätigung bekannt.

Plantago montana L. (S. 131). *Var. holosericea Gaud.* (*P. fuscescens Jord?*). Gemmi zwischen Daubensee und Lämmerenalp (Brown).

Rumex nemorosus Schrad. In Gebüschen an der Strasse zwischen Spiez und dem Faulenseebad! — *Var. sanguineus*, Lenk (Jaggi nach Dr. Fankhauser).

Polygonum aviculare L. (S. 134). Bis in die höhere Region: Niesenhorn bei Lauenen 2650–2750 m (P. Jaccard).

Polygonum dumetorum L. (S. 134). Ringgenberg, in Gebüschen über dem Landungsplatz!

Daphne alpina L. (S. 134 und Nachtrag 1, S. 14). Beim Schafloch im Juststal (Christen).

Asarum europaeum L. (S. 135). Auf der Schüpfen durch aufwachsendes Gebüsch verdrängt, bei Reidenbach neu aufgefunden (Maurer). Oberhalb Schorren (bei Oberhofen) (Streun).

Urtica urens L. (S. 137). Wasserwendi am Hasliberg 1220 m! Moosbühlen oberhalb Innertkirchen ca. 1630 m! Adelboden 1356 m! Auch im unteren Teil des Klusgebietes bei Boltigen (Maurer).

Quercus sessiliflora Sm. (S. 138). Ringgenberg! Vereinzelt im unteren Teil des Klusgebietes bei Boltigen (Maurer).

Salix grandifolia Seringe (S. 140). Bis in die höhere Region: Spitalmatte an der Gemmi (Buser nach Jaccard Cat. Flor. Val.); Kühdungel bei Lauenen 1850—2200 m (P. Jaccard).

Salix Caprea L. (S. 141). Kühdungel bei Lauenen 1850—2200 m (P. Jaccard).

Salix Myrsinites L. (S. 141) *Var. lanata Gaud.* Gemmi bei Schwarrenbach (Buser) und auf der Lämmerenalp (Shuttleworth nach Jaccard Cat. Flor. Val.).

Von hybriden Salix (S. 142) werden noch angegeben: a) In H. Jaccard Cat. Flor. Val.: *S. arbuscula* × *grandifolia*, *arbuscula* × *reticulata*, *arbuscula* × *retusa*, *grandifolia* × *hastata*, sämtlich auf der Gemmi-Spitalmatte (Buser), *S. hastata* × *Myrsinites* Schwarrenbach (Buser), *S. glauca* × *retusa* Sanetsch (Besse). — b) In P. Jaccard «Contrib.»: *S. arbuscula* × *reticulata* Kühdungel bei Lauenen.

Scheuchzeria palustris L. (S. 143). Im sog. «See» auf dem Bruch zwischen Boltigen und Abläntschen (Christen). Die älteren Angaben (Bachalp am Faulhorn und Gemmi über Schwarrenbach) wurden, soweit mir bekannt, von keinem neueren Beobachter bestätigt.

Triglochin palustris L. (S. 143 und Nachtrag 1, S. 14). Grimselalp (Jaccard Cat. Flor. Val.); zwischen Zweilütschenen und Wilderswyl! Faulenseemoos bei Spiez (Bruhin); Kandersteg (Dr. Fankhauser); zwischen Reidenbach und Weissenbach im Simmental (Maurer).

Potamogeton alpinus Balb. (P. rufescens Schrad.) Im Hinterburgsee am Fuss des Oltschikopfes 1524 m!

Potamogeton Zizii Mert. Koch. Interlaken (Lüscher nach Berichte der schweiz. bot. Ges. II 1892, S. 94).

Potamogeton crispus L. Brienzersee bei Iseltwald und Ringgenberg! Thunersee bei Spiez!

Potamogeton perfoliatus L. (S. 144 und Nachtrag 2). Auch im Brienzersee bei Iseltwald und Ringgenberg!

Typha latifolia L. (S. 144) Am östl. Ende des Brienzersees (Rhiner); an der Aare bei der Ruine Weissenau (v. Tavel).

Sparganium affine Schnizlein. Gelmersee im Oberhasli, 1829 m. (Dr. Fankhauser) — Auf diese (in älteren Floren nicht unterschiedene) Species beziehen sich auch die im Verz. S. 145 und

Nachtrag 1 S. 15 unter S. minimum angegebenen Standortsangaben aus der mittleren und höheren Region. -- Nach neuerer Ansicht umfasst S. natans L. sowohl S. affine als S. minimum.

Orchis latifolia L. (S. 146) Wengen (Rougemont); Diemtigtal am Fuss des Schwarzberges, c. 1200 m! Lenk (Christen).

Ophrys muscifera Huds. (S. 147 und Nachtrag 1 S. 15). Am N. W. Fuss des Mettenberges bei Grindelwald, 1150 m — 1300 m (Stump); oberhalb Isenfluh (Ed. Fischer); Beatenberg (Hügli); Wimmis (Christen); zwischen Spiez und Faulensee (Christen); Eggenschwand bei Kandersteg, 1200 m! Weissenbach im Simmental (Maurer).

Ophrys aranifera Huds (S. 148). Für die älteren Angaben Meiringen und Thunerallmend ist mir keine neuere Bestätigung bekannt.

Ophrys arachnites Reich. (S. 148). Därligen gegen Stoffelberg (Ed. Fischer); Waldwiesen oberhalb Schoenberg bei Gunten! zwischen Faulensee und Spiez, und am Bintel bei Wimmis (Christen); bei Emdtal, Heustrich und Mühlenen (Streun); Diemtigen und Rothbad (Dr. Dick); Niederried am Brienzersee (Ed. Fischer).

Chamaeorchis alpina Reich. (S. 148). Susten! Bellenhöchst und zwischen Schönegg und Schyniger Platte (de Bary); Sulegg, und Bonderalp bei Adelboden (Ed. Fischer); Stockhornkette zwischen Kaisereggschloss und Stierengrat (Maurer); Abhänge am Iffigensee bei Lauenen (P. Jaccard).

Epipogon aphyllus Sw. (S. 149 und Nachtrag 1 S. 15). Oberhalb Giessbach (Dr. Keller); am Harder und an 2 Stellen am Abendberg bei Interlaken (Dr. Keller); im Schlegelholz bei St. Stephan c. 1300 m. (Dr. Fankhauser); im Wald gegen Alpetli und gegen die «Alp» im Diemtigtal (Ed. Fischer). Im nördlich angrenzenden Hügelland an der Giebelegg und im Gurnigelwald (Christen).

Cephalanthera pallens Rich. (S. 149) Beatenberg, 1200 m (Hügli); Weissenbach im Simmental (Maurer).

Cephalanthera ensifolia Rich. (S. 149) Beatenberg, 1200 m (Hügli); Schwarzenmatt im Simmental (Maurer); Fallbachtobel bei Blumenstein (Bruhin).

Corallorrhiza innata R. Brw. (S. 151 und Nachtrag 1, S. 15). Zwischen Oberegg und Läger am Hasliberg, Moosbühlen ob Innertkirchen, und Axalp (Dr. G. Keller); Rosenlaui (Dr. Dick); Sulwald ob Isenfluh, Tschingel im Kiental, im oberen Diemtigtal, und zwischen Klusalp und Wallopalp im Simmental (Ed. Fischer); Räzliberg bei Lenk (Christen); Sanetsch (Jacquet); Nordabhang der Stockhornkette über Stocken (Ed. Fischer).

Malaxis monophylla Sw. (S. 151). Schoren am Brünig (Lüscher); Oberegg am Hasliberg (c. 1200 m) und Moosbühlen (1620 bis 1650 m) ob Innertkirchen (Dr. Dutoit); Kirchet bei Meiringen (Howald); Axalp (Lüscher); Gsteig am Weg nach Breitlauenen (Ed. Fischer). — An den meisten Standorten nur wenige Exemplare.

Cypripedium Calceolus L. (S. 151 und Nachtrag 1, S. 15). Giessbach (Ed. Fischer); Zwischen Iseltwald und Bönigen (Gaille); am Fuss des Wetterhorns oberhalb dem Eisboden bei c. 1500 m (Stump); Fuss des Leissiggrates bei Därligen und zwischen Faulensee und Spiez (Christen); Kandersteg (Dr. Fankhauser).

Streptopus amplexifolius DC. (S. 153 und Nachtrag 1 und 2) Traubach bei Habkeren (v. Rütte); am l. Ufer des Wasserfalles im Suldttal bei Äschi (Dr. Dick); Marcheggwald zwischen Isenfluh und Grütschalp, Gurbs im Diemtigtale und am Seebergsee (1835 m) am Übergang aus dem Mäniggrund nach Zweisimmen (Ed. Fischer).

Convallaria majalis L. (S. 153). Am Wetterhorn am Weg zur «Enge» bei c. 1700 m (Dr. Ziegler); Über Trachsellauenen, 1350—1400 m (Ed. Fischer); Heustrichwald am Niesen (Streun); Bufelialp am Bäderhorn im Simmental, bis 1700 m (Maurer).

Ornithogalum umbellatum L. (S. 156) Beatenberg bei c. 1140 m!

Gagea lutea L. (S. 156). Merligen! Leissigen (Ed. Fischer); Bufelialp bei Boltigen, c. 1650 m (Maurer).

Allium Victorialis L. (S. 156). An mehreren Orten im Ober-Simmental: Zwischen Äbialp und Schafarnisch (1550—1700 m), im Nssli, Lucheren, Reidigalp (Maurer); Sanetsch (Rion in Jaccard Cat. Flor. Val.).

Anmerkung. Juncus silvaticus Reich. (S. 159) ist für das Oberland zweifelhaft. — *Juncus arcticus Willd.* Alpe de Genièvre am Sanetsch (Wallisseite) (Jacquet, nach H. Jaccard in Bull. Soc. Murith. 1897. S. 266).

Carex rupestris All. (S. 164). Gemmi (Bernoulli) und Sanetsch (Thomas) nach Jaccard Cat. Flor. Val.

Carex Laggeri Wimmer (S. 164) ist nach Ascherson und Græbner (Synopsis) *C. foetida* × *stellulata.*

Carex microstyla Gay. (S. 165) ist nach Kneucker (Allg. botan. Zeitschrift 1899) *C. foetida* × *Persoonii.*

Carex foetida × *lagopina.* Grimsel (Kneucker).

Carex lagopina × *Persoonii.* Grimsel (Kneucker).

Carex vulgaris Fr. (S. 166). *Var. melaena* und *Var. juncella* Grimsel (Jaccard Cat. Flor. Val.).

Carex bicolor All. Grimsel, an sumpfigen Orten vom Todtensee gegen das Grimselhospiz (Kneucker in Bull. de la Murithienne 1890/91 S. 76).

Carex limosa L. (S. 166). Hasliberg am Hohschwandseeli 1578 m. (Dr. Dutoit) und in einem Tümpel der Mägisalp, c. 1670 m! Schwefelbergbad, 1390 m (Dr. Dutoit).

Carex glauca Scop. (S. 167). *Var clavaeformis* (*C. clavaeformis Hoppe*) Fuss des Wetterhorns (Christener nach Christ in Bull. Soc. Murith. 1892/93 S. 138); Gemmi (Jaccard Cat. Flor. Val.); Rawyl (Rhiner nach Jaccard).

Carex flava L. (S. 169). *Var. alpina* Kneucker. Unterhalb der Handegg bei c. 1350 m. (Kneucker Caric. exsicc. Nr. 123 und Bemerkungen zu den Caric. exsicc. 1899) — *Var. lepidocarpa Tausch.* Grimsel (Muret nach Jaccard Cat. Flor. Val.)

Carex vesicaria L. (S. 169) Bei der Ruine Weissenau bei Interlaken (v. Tavel).

Alopecurus pratensis L. (Nachtrag 2) Lenk (Christen); Saanen (Jacquet, nach Rhiner).

Anmerkung. Panicum verticillatum L. (S. 170), von Brown Cat. 1843 ohne genauere Standortsangabe aufgeführt, ist für das Oberland zweifelhaft. — Die Angabe von *Poa hybrida* (Nachtrag 2) für Grimsel und Brünig bedarf der Bestätigung. Nach Mitteilung von Rhiner (1890) ist derselbe für das letztere Vorkommen irrtümlich als Finder zitiert.

Lolium temulentum L. (S. 180). Im Getreide «auf der Egg» im Diemtigtal c. 1250 m (Ed. Fischer).

Pinus montana Miller (S. 182 und Nachtrag 1, S. 16). *Var. uncinata.* Im Diemtigtale am Kalberhorn im Wildgrimmi und am N. O. Fuss des Seehorns (Ed. Fischer).

Pinus Cembra L. (S. 182). In grösseren Beständen auf dem Hornberg bei Iffigen (Ob.-Simmental) (Christen); Rawyl, in verkümmerten Exemplaren bis 2000 m. (Dr. Fankhauser). Im Diemtigtal an mehreren Orten ziemlich häufig, z. B. oberhalb Alpetli am Spielgertenpass 1700—1950 m, Wildgrimmi, von 1550 m an, am N. W. Abhange des Arbenhorns von c. 1800 m an, am Seebergsee und am N. W. Abhange des Seehorns bis gegen 2000 m. (Ed. Fischer); Balmiwald ob Schwenden im Diemtigtal bis 1300 m herab (Dr. Fankhauser). Eine Anzahl Stämme am Elsigsee im Engstligental (Ed. Fischer); Windegg am Triftgletscher (c. 1850 m)! — Über einen Kulturversuch mit Arven, Lärchen und Fichten am Aargletscher vergl. den Artikel: Forstliches vom Pavillon Dollfuss in «Schweiz. Zeitschrift für das Forstwesen» 1894. — Über einen neueren Aufforstungsversuch am Brienzer Rothorn s. Jahrg. 1904 der genannten Zeitschrift.

Allosorus crispus Bernh. (S. 187) Untersteinberg bei Trachsellauenen auf Gneiss bei 1600 m (Ed. Fischer) — *Var. pectinatus* Susten, Handegg (Christ).

Asplenium alpestre Metten. (*Athyrium alpestre Rylands*) (S. 187). *Var dentatum* Grimsel, Hausegg (Christ); Zæsenberg (v. Tavel nach Christ); *Var. multidentatum* Rosenlaui (Fischer-Ooster nach Christ).

Asplenium Adiantum nigrum L. (S. 188) Zwischen Mürren und Isenfluh (*Var. argutum* Coaz nach Christ); Beatenberg (Christ).

Asplenium Trichomanes Huds. (S. 188) Käserstatt am Hasliberg bei 1830 m!

Aspidium rigidum Sw. (S. 189) Axalp 1750—1900 m (W. Bernoulli) und Juststal (v. Tavel, nach Christ).

Aspidium Filix mas Sw. (S. 189) *Var. affine* Brünig (Christ).

Aspidium Lonchitis Sw. (S. 189) *Var. longearistatum* Gemmi (Fischer-Ooster) und *Var. hastatum* Giessbach (Bleuler nach Christ).

Cystopteris fragilis Bernh. (S. 189) *Var. acutidentata* Hohfluh am Hasliberg (Christ). *Var. angustata* Oeschenenalp! *Var. anthriscifolia* und Var. *cynapifolia* häufig.

Cystopteris montana Bernh. (S. 190) Axalp (W. Bernoulli); Faulhorn (Favrat); beim unteren Grindelwaldgletscher (Christ).

1

2

Chironomus quadricornis

3

4

Chironomus plumosus

Untersuchungen

über die

Tiefsee-Fauna des Bielersees

mit besonderer Berücksichtigung

der Biologie der Dipterenlarven der Grund-Fauna.

Literaturverzeichnis.

Nr. 1. **Brauer F.** Fliegenlarven. Wiener Denkschriften, Bd. 64.

» 2. **Bretscher K.** Beobachtungen über Oligochaeten der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie VIII, 1900.

» 3. — — Beiträge zur Kenntnis der Oligochaeten-Fauna der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie VI, 1899.

» 4. **Clessin S.** Die Molusken-Fauna Österreich-Ungarns und der Schweiz. 1887 II und 858 S. 8.

» 5. **Dewitz Herm.** Einige Beobachtungen betreffend das geschlossene Tracheensystem bei Insektenlarven. Zool. Anz. 1890, S. 500—504 und S. 525—531.

» 6. **Entz Géza.** Resultate der wissenschaftlichen Erforschung des Balatonsees.

» 7. **Forel A. F.** Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman Lausanne 1868—1870. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. X.

» 8. — — Liste provisoire des espèces de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1874—1875. 4 p. 8. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIII.

» 9. — — Esquisse générale de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1877. 6 p. 8. Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIV.

» 10. — — Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Lausanne 1877. 40 p.

» 11. — — Avant propos de la deuxième série des matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Lau-

sanne 1877. 12 p. 8. (Bulletin de la société vaudoise des sciences naturelles. Vol. XIV.)

Nr. 12. **Grimm O.** Ungeschlechtliche Fortpflanzung einer Chironomusart. Mémoire St. Petersburg Akademie. 7, XV Nr. 8, 1870.

» 13. **Kaufmann A.** Cypriden und Darvinuliden der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie. Tome VIII, 1900.

» 14. **Kolbe H. J.** Einführung in die Kenntnis der Insekten.

» 15. **Lampert K.** Das Leben der Binnengewässer.

» 16. **Leydig Franz.** Anatomisches und Histiologisches über die Larven von Corethra plumicornis. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. III, 1851, S. 435—474.

» 17. **Palmén J. A.** Zur Morphologie des Tracheensystems. Helsingfors 1877.

» 18. **Schiener J. R.** Fauna Austriaca. Die Fliegen, I. und II. Bd. Wien 1862.

» 19. **Steck Th.** Beitrag zur Biologie des grossen Moosseedorfsees. Bern 1893, 56 S. 8. (Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern.)

» 20. **Studer Th.** La faune du lac de Champex. Genève 1893. 8 p. 8. (Archives des sciences physiques et naturelles, Vol. XXX, série 3).

» 21. — — Trutta salar L. im Bielersee. Bern 1883. 5 S. 8. (Mitteilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern.)

» 22. **Thienemann A.** Analkiemen bei den Larven der Glossosoma und einigen Hydropsychiden. Zool. Anz. 1903, Bd. 26.

» 23. **Vejdovsky Fr.** System und Morphologie der Oligochaeten, bearbeitet im Auftrag des Komitees für naturwissenschaftliche Landesdurchforschung Böhmens. Prag 1884.

» 24. **Wagner Nic.** Beiträge zur Lehre von der Fortpflanzung der Insektenlarven. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XIII, 1863, S. 513—525.

» 25. — — Weitere Erläuterungen über die von Prof. Nic. Wagner beschriebene Insektenlarve, welche sich durch Sprossenbildung vermehrt. Mitgeteilt von F. Meinert. Aus dem Dänischen mit Bemerkungen übersetzt von C. Th. v. Siebold. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XIV, 1864, S. 394—399.

» 26. **Weissmann Aug.** Die Metamorphose der Corethra plumicornis. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, Bd. XV, 1866, S. 45—121.

Einleitung.

Meine Beobachtungen über dieses Thema erstreckten sich fast ausschliesslich auf die tiefsten Stellen des Bielersees. Besonders waren es die roten und weissen Mückenlarven, welche meine Aufmerksamkeit auf sich zogen, die dort in der tiefen Stille, fern vom Licht der Sonne, unter einem Wasserdruck von 7—8 Atmosphären ihr Dasein fristen.

Gar zu leicht glaubt der Laie an den Ufern sammle sich alles kleinere Leben an, während je mehr man in die Tiefe gelange, die Tiere nach und nach seltener werden, und am Grunde schliesslich die grossen Hechte mit den schweren Seeforellen und einigen plumpen Welsen die Alleinherrschaft führen.

Dem ist aber nicht also. Rasch ändern sich allerdings die Verhältnisse. Am Ufer liegen grosse Steine, Holzstücke, angeschwemmte Pflanzen, oder aber es umrahmen namentlich auf der Südseite des Bielersees hohe Schilfbestände das Wasserbecken, denen weiter landwärts kleine Torfmoore das Feld räumen.

Ein überaus vielgestaltiges Leben entwickelt sich allerdings hier. Die Vertreter sämtlicher Tierklassen sind in zahllosen Spezies zugegen.

Stossen wir aber den Nachen vom Lande ab, so ändert sich gar bald das Bild. Die Steine werden kleiner und bald dehnt sich erst gröberer, dann feinerer Sand über die ganze Unterlage aus. Anadonta nebst Unio-Arten ziehen hier ihre Furchen und mehrere Limnaea, Planorbis und andere Schneckenarten zeigen an langen Potamogetonstengeln ihre Kletterkünste. Der Sand ist noch reichlich untermischt mit grössern und kleinern Pflanzenpartikelchen, welche verschiedenen Insektenlarven, Würmern und Turbellarien zur Nahrung dienen.

Bald verschwindet jedoch der Boden unsern Blicken. Die Transperenze des Wassers ist nicht sehr hoch. Der mitgeführte, weiss emaillierte Kessel ist in einer Tiefe von 5 m unsern Blicken meist verloren.

Der See hat nun eine tiefblaue Färbung angenommen. In der Mitte angelangt wundert uns sehr, welche von all diesen Tieren uns auf dem Seeboden bis hieher gefolgt sind. Derselbe ist bedeckt von einem weichen gleichmässigen Schlamm, entstanden durch unendlich kleine Sandkörnchen und Erdteilchen, Lehmpartikelchen u. s. w., die sich sehr lange schwebend im Wasser halten, ganz allmählich jedoch in die Tiefe sinken und hier in den stets stillen Fluten einen unaufhörlichen feinen Sprühregen bilden, der im Lauf der Jahrhunderte längst alle grossen Blöcke und Steine begraben hat. Während an den Ufern der Wellenschlag und das stete Sinken und Steigen des Wasserniveaus alle feinen Schlammpartikelchen wieder aufwirbelt, setzen sich dieselben in der Tiefe ruhig nieder, und es muss sich infolgedessen ein stetes Aufsteigen des Seebodens einstellen. Es wäre nicht uninteressant, durch eingerammte Pfähle an den verschiedensten Stellen des Sees das allmähliche Anwachsen des Bodens im Laufe der Zeit zu verfolgen.

Pelagisch lebende und höhere Tierformen habe ich unberücksichtigt gelassen, da dies zu weit führen und sehr kostspielige Fangapparate erfordern würde.

Ich beschäftigte mich daher ausschliesslich mit den niedern Tierformen, die sich den Tiefseeschlamm zur Wohnstätte auserkoren hatten, speziell mit den Dipterenlarven.

Fangmethode.

Um sich in das Leben des Seebodens einen Einblick zu verschaffen, stellte mir Herr Prof. Dr. Studer gütigst die nötigen Gerätschaften zur Verfügung. Ein za. 120 m langes Seil an einem eisernen Haspel aufgerollt nebst einem Kessel, der geeignet ist, in den Boden einzudringen und ein Sieb mit sehr feinem Drahtgeflecht bildet die nötige Ausrüstung.

Der Kessel wird nun in die Tiefe gelassen und so viel Seil abgewickelt, dass derselbe reichlich auf dem Boden nachschleift, indem das Schiffchen ganz langsam vorwärts fährt. Glaubt man, dass das Gefäss sich gefüllt hat, so wird es mit seinem Inhalt in die Höhe gewunden. Am Seil befestigt hängt ferner ein Minimal- und Maximalthermometer, der über die Temperaturverhältnisse die nötigen Aufschlüsse gibt.

Der Schlamm.

Der See hat eine Maximaltiefe von 75 m zwischen Wingreis und Lattrigen. Die Schwankungen der Oberfläche sind jedoch sehr bedeutend, so dass bei Gerolfingen oft grosse Strecken trocken gelegt und wieder unter Wasser gesetzt werden. Die Höhenunterschiede mögen ungefähr 3 m betragen, wozu neben natürlichen Ursachen auch das stärkere oder schwächere Öffnen der Schleusen bei Biel wesentlich beiträgt.

Der zu Tage geförderte Schlamm stellt sich dem unbewaffneten Auge als eine weiche breiige Masse dar von vollständig homogener Konsistenz. Er besteht aus zwei Schichten. Zu oberst liegt eine za. 10 mm dicke, weissgraue Lage, die weiter unten in eine zähe, bläuliche Masse übergeht, welche aussieht wie blauer Lehm. Das Ganze ist reichlich durchzogen von feinen spinngewebeartigen Fäden, welche alles wie mit einem engmaschigen Geflecht durchsetzen.

Das Mikroskop lässt ausserordentlich feine Sandkörnchen erkennen von meist amorpher, hie und da kristallinischer Gestalt, zwischen denen bisweilen eine im Verhältnis riesig gross erscheinende Diatome das Gesichtsfeld durchfährt.

Die weissgraue, obere Schicht, nach Prof. Dr. Heuscher die «Organismenschicht», besteht aus lockerer gelagerten Schlammteilchen; doch ist sie nicht die einzige Trägerin des Lebewesens, da grössere Individuen viel tiefer gehen und namentlich Würmer sich oft bis 10 cm tief einbohren, was man im Aquarium deutlich sehen kann.

Es ist eigentümlich, dass die graue Schicht sich stets neu bildet. Wenn z. B. in einem Glasbehälter der feine Schlamm vollständig durchwühlt wird, so bildet sich in der Zeit von einigen Tagen wieder über einer bläulichen Masse eine helle, lockere Decke. Bedingung ist freilich, dass das Wasser stets frisch erhalten wird, was durch beständigen Zufluss oder durch reichliches Ansetzen von Pflanzen geschehen kann.

Verdirbt das Wasser, wird es arm an Sauerstoff und reich an schädlichen Gasen, so verwandelt sich rasch der ganze Bodenbelag in eine dunkle, stark übelriechende Substanz, die alles Leben ertötet.

Freilich setzen sich die leichtesten, feinsten Körperchen

zuletzt ab aus dem trüben Wasser und bilden diese lockere Schicht; aber das plötzliche Schwarzwerden lässt doch wohl die Annahme berechtigt erscheinen, dass die Oberfläche des Seebodens eine grosse Zahl von unsichtbaren, lebenden Organismen enthält, welche bei Mangel an Sauerstoff absterben, und durch Fäulnis erregende Bakterien ersetzt werden.

Fauna des Seeschlammes.

Die Tierwelt, welche durch den Kessel an die Oberfläche befördert wurde, kann nicht ausschliesslich als Tiefseefauna betrachtet werden, da das Gefäss in offenem Zustande die ganze Seetiefe passierte und deshalb während des Aufziehens viele pelagisch lebende Formen namentlich Phyllopoden und Copepoden sich auf dem Vehikel niederliessen, während anderseits wahrscheinlich leichtbeweglichere Arten, die auf dem Seeboden wohnen, während des Aufsteigens entwichen. So fand ich z. B. Gammarus coecus, Asselus coecus, die in «La faune profonde du lac Leman» (H. Forel) erwähnt sind, niemals.

Das Sieb, mit dem ich den Schlamm sortierte, wies Öffnungen von ca. $^1/_2$ mm auf, was als vollständig genügend erachtet werden kann, da namentlich mein Hauptzweck, der Fang der Insektenlarven, sehr gut gelang.

Um über die hauptsächlichsten Züge, welche ich ausführte und über die zu Tage geförderten Tierspezies eine allgemeine Übersicht zu schaffen, habe ich dieselben in umstehender Tabelle eingetragen, wobei ich die ausschliesslich mikroskop. Tierwelt vorläufig ausser acht liess und mich vorerst nur mit denjenigen Formen beschäftigte, die sich durch ihr massenhaftes Auftreten gleichsam in den Vordergrund drängten.

Die Tabelle kann leider nicht Anspruch auf vollständige Genauigkeit machen da ich anfänglich, namentlich die vielen Chironomidenspecies alle für die gleiche in verschiedenen Altersstufen stehende Art hielt, und erst nachträglich auf die feinen aber konstanten Unterschiede in der Bezahnung der Unterlippe aufmerksam wurde.

Tabelle der Ergebnisse verschiedener (Züge) Schlammproben aus dem Bielersee.

Datum	Tiefe	Entfernung v. Land	Temperatur			Würmer	Tanipus-Larven		Chironomus-Larven							Pisidien	
			Luft	Oberfl.	Minim.		weisse ca. 10–12 mm	weisse ca. 3–6 mm	rote	braune	rote ca. 20 mm	weisse ca. 18–20 mm	rosa	karminrot 12 mm	karminrot 6–7 mm	karminrot 2 mm	
	m	m															
1903																	
Mai 20.	50	1300	18°	14,8	7	1278	3		6		2						150	
Juni 16.	60	700					13				2							
Juli 15.	70	1000					10		2									
Aug. 28.	60	1400				1315	13				2		1				173	
Okt. 14.	60	1200					32		2					5				
Nov. 30.	2	50				wenig	0	0	0	0	0	0	0		∞	?		
» 30.	6	100					0	0	0	0	0	0	0	1	?	?		
» 30.	60	1400				sehr viele	30	0	0	0								
1904																		
Jan. 24.	70	1200	— 3°	+3½	3		5	5	15	4				4				1 Corethralarve
Febr. 9.	70	1700	+ 8°	3	3	viele	58		45									
» 21.	45	500				112	9	22	3					8	11			
» 21.	15	100	+ 5°	3,5	3,2	60	2	8	0					5	9			
März 24.	64	1920				2300	6	2	35	0	0	1	0	0	0			
» 24.	32	1150	+ 9°	4.5	4	5750	5	4	2	1	3	1	2		0	0		
» 24.	16	670				670	12	10	0	0	0	0	0		30	10		

Zuerst sind es die Würmer, die durch ihre überaus grosse Individuenzahl unsere Aufmerksamkeit fesseln.

Ihre Zahl steigt bis auf 5700 pro 10 Liter oder pro $^1/_{10}$ m², wenn man den mittleren Tiefgang des Kessels auf 10 cm schätzt, wobei bemerkt werden muss, dass ich bei den ersten zwei Zählungen kleinere Tiere als 1 cm nicht mehr berücksichtigt habe, während bei den andern Zählungen ich mich bemühte, auch noch solche Individuen von 2–3 mm herauszulesen. Wie viele dabei ungesehen geblieben, oder beim Sieben durch die Öffnungen geschwemmt wurden, oder beim Streifen des Kessels auf dem Seeboden namentlich zu beiden Seiten des cylindrischen Gefässes sich blitzschnell in die Tiefe zurückziehen konnten, vermag ich nicht wohl zu beurteilen.

Alle diese Limnicolae zeigen einen ausserordentlich gleichmässigen Habitus und gehören zu der Gruppe der Oligochaeten.

Das Mikroskop zeigt, dass die grosse Mehrzahl dieser aus mindestens 60 m Tiefe geholten Würmer sich rekrutieren aus: *Tubifex rivulorum* in erster Linie *Embolocephalus velutinus* (Grube) in 2. Linie.

Vereinzelt fand ich noch *Limnodrilus* spec.

Die Tiere sind im allgemeinen sehr lichtscheu und sammeln sich, der Helligkeit ausgesetzt, gleich in Klumpen an, falls ihnen nicht viel Schlamm zur Verfügung steht, um sich zu verkriechen. Im Aquarium und ohne Zweifel auch auf dem Seeboden verteilen sie sich gleichmässig, begeben sich mit dem Kopf in den Schlamm und führen mit dem freien Leibesende, das $^1/_3$ bis $^1/_2$ der Körperlänge beträgt, schlängelnde Bewegungen aus. Sie bringen dadurch eine schwache Wasserströmung hervor von unten nach oben, sodass von der Seite her stets neue sauerstoffreichere Teilchen des flüssigen Elementes den Körper bestreichen.

Es erweckt dies Bild unwillkürlich den Eindruck einer lebenden, wimmelnden Wiese, auf der kleine Fische sich ihre Nahrung mit mehr oder weniger Geschick und Kraftanstrengung auszupfen können.

Zudem haben diese Oligochæten ähnlich wie ihre Verwandten auf dem Lande eine grosse sanitäre Bedeutung, da sie den Boden stets durchlockern und umarbeiten, indem sie sich

vom Schlamme nähren und ihre Exkremente auf der Oberfläche absetzen. Diese Arbeit, sowie auch der durch ihr Schlängeln hervorgebrachte Wasserstrom von unten nach oben wirken hier in der Seetiefe, wo der Pflanzenwuchs fehlt, hauptsächlich dahin, dass der Seeboden vor einer allgemeinen Verwesung und Vergiftung durch stagnierende Sumpfgase bewahrt bleibt.

Durch ihre Anzahl erwähnenswert sind ferner die kleinen Müschelchen, die in allen Seen zahlreich angetroffen werden, aus der Gattung «*Pisidium*». Ihr Aufenthaltsort ist ausschliesslich jener feine Tiefseeschlamm, der ihrem zarten aber auffällig langen Fuss wenig Widerstand entgegensetzt.

Hier im Bielersee ergab die höchste Zählung 173 Stück pro 10 l. hauptsächlich vertreten durch die Spezies *Pisidium charpentieri* Clessin (Clessin Moluskenfauna Österreich-Ungarns und der Schweiz. Nürnberg 1887 p. 787).

Es erreicht diese Zahl nicht die Hälfte derjenigen, wie sie Herr Prof. Dr. Heuscher im Klöntalersee antraf. Auch fand ich, dass der Individuen-Reichtum mit dem Steigen des Seebodens im allgemeinen abnimmt.

Durch massenhaftes Auftreten im Seeschlamm machte sich ferner bemerkbar eine kleine *Ostracode* mit schönem Perlmutterglanz. *Candona Studeri* Kaufmann, A. Cypriden und Darvinuliden der Schweiz. Revue Suisse de Zoologie t. S. 1900 pg. 385. Zwar passierte sie beim Sieben das Geflecht; doch bei einer genaueren Untersuchung erwies sie sich als äusserst zahlreich. Des Nachts scheinen die Tierchen im Aquarium herumzuschwärmen, denn unter einem auf die Oberfläche des Wassers gelegten Tuche sammelten sie sich über Nacht an und blieben beim Wegheben des Tuches hilflos an der Wasseroberfläche hängen.

Diese Eigentümlichkeit weisen mehrere kleine Wassertiere auf, z. B. auch die später zu beschreibenden Chironomidenlarven.

Sie scheinen eine ölige Haut zu besitzen, die an der Luft plötzlich trocknet und die dann dem Untertauchen einen grossen Widerstand entgegensetzt.

Andere kleinere Muschelkrebschen, namentlich auch eine rötlich gefärbte Art, trat ziemlich häufig auf. Ich konnte jedoch

noch nicht dazu gelangen, dieselben näher zu beschreiben und zu bestimmen und gehe deshalb über zu den

Insektenlarven.

Das ganze grosse Heer der Hexapoden hat nur wenige Vertreter in der Tiefe der Seen.

Es fanden sich:

1. Tanipuslarven.
2. Chironomuslarven.
3. Simulialarven.
4. Corethralarven.

Was die Corethralarve anbetrifft, fand ich dieselbe nur ein einzigesmal und zwar am 24. Januar 1904 bei einer Lufttemperatur von — 3° C und einer Wasserwärme von + 3° C.

Da nun diese vollständig durchsichtigen Mückenlarven gewöhnlich freischwebend im Wasser sich herumtreiben, ist nun nicht sicher, ob das Tier wirklich auf dem Grunde einen Winterschlaf gehalten hat, oder ob es trotz der herrschenden Kälte sich in den Fluten herumtrieb und zufällig in den aufsteigenden Kessel geriet. Der Fang geschah in 70 m Tiefe und zirka 1000 m vom Lande entfernt. In der Gefangenschaft verschwand das muntere Tierchen jedoch sehr rasch, da die ungünstigen Verhältnisse im Winter wegen des starken Temperaturwechsels und der für diese Tiere unverträglichen Luft des geheizten Zimmers einen beständigen, ziemlich starken Wasserzufluss nötig machte. Ihre Nahrung besteht aus Phyllopoden und Copepoden, die sie anstechen und aussaugen.

Die *Simuliae* entwickelten sich in einem Aquarium, das ich mit ungesiebtem Schlamm besetzt hatte. Leicht und ohne Mühe erfolgt auch das Ausschlüpfen. Sobald die Puppen die Oberfläche des Wassers berühren, springt die Haut auf, und das fertige Insekt entsteigt der Hülle und fliegt weg. Es mögen zirka 8—10 Stück gewesen sein, die nach ungefähr dreiwöchentlichem Aufenthalt im Aquarium in einem Zeitraum von 3 Tagen ausschlüpften.

Die *Chironomus* und *Tanipus*larven fanden sich sehr ungleich auf dem Seeboden verteilt. Chironomusarten sind wie die Tabelle zeigt in der Tiefe viel weniger stark vertreten als

Tanipus, und diese ergaben einzelne Fangergebnisse bis zu 100 Exemplaren pro Kessel.

Tanipuslarven fand ich vertreten in 3 Species

1. eine wasserhelle durchsichtige Art, die sich später als *Tanipus choreus* entpuppte,
2. eine karminrot gefärbte *Tanipus signatus*,
3. eine kleine bräunliche Art mit verhältnismässig grossem Kopf.

Die wasserhelle, durchsichtige Art Tanipus choreus traf ich den ganzen Winter in drei verschiedenen Grössen an, so dass ich dieselben anfänglich als verschiedene Arten betrachtete, obschon ich keine anatomischen Unterschiede auffinden konnte, als dass bei den kleinsten Larven der mittlere Zahn im Verhältnis zu den andern sehr dünn ist. Im Juni 1904 schlüpften aber eine ganze Menge dieser kleinen hellen Tanipuslarven aus, und das Ergebnis war wiederum *Tanipus choreus,* obschon die einen fast dreimal grösser waren als die andern; aber weder die Larve noch die Fliege zeigte wesentliche Unterschiede.

Chironomusspezies fanden sich 6

1. eine grosse, glänzend karminrot gefärbte Spezies mit zirka 20 mm Länge Ch. plumosus
2. Ch. albipennis gleich der obigen aber weiss, durchscheinend,
3. eine kleine rosarote, seltene Art,
4. ebenfalls karminrot, glänzend 12 mm lang
5. ebenfalls karminrot, glänzend 6 mm lang
6. ebenfalls karminrot, glänzend 2 mm lang

Allgemeines.

Beide Gattungen sowohl Chironomus als Tanipus gehören nach Brauer zu der Familie der Chironomiden.

Der ganze Habitus der Tiere weist im allgemeinen sehr viel Aehnliches auf. Der Leib ist wurmförmig, 13 gliedrig. Sehr gut entwickelt ist der Kopf und mit Augen, Fühlhörnern, Tastern und Kiefern wohlversehen. Als besonders massgebend zur Bestimmung der Arten erweisen sich nach «Monier»[1]) die Form des

[1]) Litteratur Verzeichnis Nr. 7, S. 10.

Kopfes, die Antennen, die Augen, die Kiefer, die Krallen, namentlich aber die feine Bezahnung der Unterlippe.

Das Vorhandensein der Augen lässt schliessen, dass diese Tiere nicht ausschliesslich der Tiefseefauna angepasst sind, da ihnen diese Organe dort in der vollständigen Dunkelheit ja nichts nützen, oder aber wir müssen annehmen, dass ihre Augen so empfindlich sind, dass sie selbst auf Lichtstrahlen reagieren für die unser Sehapparat zu schwach ist, ähnlich wie die Fische, die ja auch bei stark fortgeschrittener Dämmerung immer noch nach Mücken springen, wenn wir schon lange nichts mehr sehen. Das Auge ist kurzsichtig aber braucht äusserst wenig Licht.

An dem weichen, dünnhäutigen Leib trägt die Larve am vordersten Ring sowohl bei Chironomus als bei Tanipus einen Fussstummel, der reichlich mit Krallen versehen ist und welcher leicht ausgestülpt und samt seiner Bewaffnung eingezogen werden kann, so dass er ganz im Leibe verschwindet.

Der Fuss besteht aus einem am Ende ringförmig mit Krallen verzierten Hohlmuskel. Diese Krallen, sowie der ganze Fuss können eingestülpt werden, ähnlich wie eine Weinbergschnecke ihre Fühler einzieht, so dass wie hier das Auge, dort die Krallen zuerst verschwinden und zuletzt wieder zum Vorschein kommen.

Dieser röhrenförmige Fuss steht aber ausserdem noch mit einer Höhle im Leibe des Tieres in Verbindung; denn ich beobachtete, dass ein Eingeweidewurm, der in einer Chironomuslarve Wohnsitz aufgeschlagen hatte, unbeschadet seinen Kopf durch diesen Fussstummel ins Freie streckte und wieder zurückzog.

Allerdings wurde dadurch der Fuss stark auseinandergespannt, so dass die Krallen ringförmig, steif wie Borsten abstunden, aber ohne dass das Glied dadurch verdorben worden wäre oder irgend eine Blutung stattgefunden hätte.

Ferner treten hin und wieder im Körper dieser Insektenlarven Luftblasen auf, welche oft durch einen leichten entsprechenden Druck durch diesen Afterfuss entweichen.

Es ist nicht wohl anzunehmen, dass die Leibeshöhle (das Coelom) durch diesen hohlen Fussstummel mit der Aussenwelt kommuniziere. Aber es schien mir, als fänden sich namentlich in den Seitenwülsten dieser Tiere stark dehnbare Hohlräume,

welche trichterförmig ineinander sich ergiessen; denn Luftblasen treten hier oft auf und lassen sich durch Druck langsam gegen den Kopf befördern und, wie oben beschrieben wurde, entfernen.

Das Organ dient als Bürste, mit der das Insekt die ausserordentlich komplizierten Mundteile des öftern reinigt. Ferner kann der Apparat in Verbindung mit dem Kopf in vorzüglicher Weise als Greifwerkzeug verwendet werden und wird stets gebraucht zum Sammeln von Erdklümpchen, Sandkörnchen und dergleichen, wenn es sich um den Bau einer Röhre handelt.

Am Hinterende des Körpers befindet sich noch ein zweiteiliger Afterfuss, ähnlich gebaut wie der vordere, der ebenfalls mit einigen Krallen versehen ist und zum Gehen, Anklammern oder (bei Tanipus) zum Schwimmen gebraucht wird.

Am zweitletzten Ring dorsal tragen die Tiere zwei griffelartige Fortsätze, von denen jeder ein pinselartiges Borstenbüschel trägt. Neben diesen an den letzten Segmenten des Körpers fallen uns gleich die 4—6 mehr oder weniger langen Schläuche auf, die anscheinend zwecklos hier hervorsprossen, in Wirklichkeit jedoch, wie wir später sehen werden, der Respiration dienen.

Das Tracheensystem entwickelt sich entgegen den Arten, die man in Bächen und Teichen häufig findet, sehr spät oft nur in kleinen Anfängen, oft auch erst im Puppenstadium.

Die Nymphen sind beweglich und tragen hinten eine aus radial gestellten, feinen Blättchen gebildete Flosse, mit der sie sich bedeutend schneller vorwärts bewegen können als die im allgemeinen recht unbeholfenen Larven.

Die Haut ist verhältnismässig weich und lässt den Rüssel, die Augen, Beine und Flügel des künftigen Imago deutlich erkennen.

Bei Tanipus ist die Puppe so durchsichtig, dass man das Tracheensystem, die Malpighi'schen Gefässe und die Herztätigkeit mit Leichtigkeit erkennen kann.

Auf der Oberbrust finden sich nicht etwa wie bei den Culiciden Röhrchen, die mit der Luft in Verbindung stehen, sondern entweder baumförmige Kiemenbüschel oder schwammartige flache Schwimmkolben, die in sehr zweckmässiger Weise eine doppelte Aufgabe lösen. Fürs erste sind sie eingerichtet, um unter Wasser

zu atmen, indem sie eine möglichst grosse Oberfläche darstellen und mit einem starken Tracheenstamme in Verbindung stehen.

Fürs zweite dienen sie als Schwimmkörper beim Ausschlüpfen der Puppen, was ich später näher beschreiben werde.

So ähnlich sich die beiden Gattungen, Chironomus und Tanipus, auch sind, so finden sich doch wesentliche Unterschiede sowohl in den Fliegen als auch in den Larven.

Ich ziehe vor, die Charakteristik der Gattungen und wenigen Spezies gleich folgen zu lassen, um nachher noch etwas eingehender in ihre Eigentümlichkeiten, anatomischen und mehr biologischen Verhältnisse einzutreten.

Die Chironomuslarven

(aus der Tiefsee-Fauna) sind walzenförmig, gleichmässig dick. Der Kopf besitzt 4 Augen, bestehend in zwei wohl entwickelten Netzaugen mit Linsen und zwei Pigmentflecken.

Die hier meist kurzen Antennen setzen sich aus 6 Gliedern zusammen und können nicht eingezogen werden wie bei Tanipus. Die äussersten 4 Glieder sind sehr dünn, äusserst klein und tragen Sinnesgruben, die durch eine kräftige, lange Borste geschützt werden.

Über die Mundteile mir vollständige Klarheit zu verschaffen, ist mir bis jetzt noch nicht gelungen. Sie sind wesentlich anders angeordnet als bei Tanipus. Zuerst fallen uns die kräftigen, stark gezackten Oberkiefer auf. Unten, den Kopf abschliessend, liegt eine starke, unbewegliche Platte mit sehr charakteristisch gezähntem Rand, das Kinnstück darstellend, da darunter fest anliegend, ebenfalls verwachsen und unbeweglich, eine weitere Platte, offenbar die Unterlippe mit kleinen Dornfortsätzen, zum Vorschein kommt. Daneben stehen die kräftigen Mandibeln und Fühler. Der vordere Teil des untern Kopfes ist weich und leicht vorstreckbar, umrahmt von zwei gespaltenen Spangen, welche wieder einen hufeisenförmigen Bogen einschliessen. Dieser selbst birgt in der Mitte ein halbkreisförmiges Zahnplättchen. Dies kammförmige Gebilde in der Mitte dient vielleicht beim Spinnen der Seidenfäden. Die bogenförmigen Teile nebst einigen darunterliegenden Stücken dürften Umbildungen der Maxillen sein, da sie die Taster tragen. Grimm (Lit.-Verz. Nr. 12) spricht

von einer Oberlippe mit Tastern, was wohl ein Irrtum ist, da dies bei andern Insekten ja nicht vorkommt. Die Oberlippe besteht aus einer einfachen Platte und trägt meistens viele kleine Haken. Es wären somit alle Mundteile unpaar verwachsen ausser den Mandibeln.

Die bereits vorerwähnten Arten mögen hier folgend kurz charakterisiert werden. Es sind wenige Vertreter, wenn man bedenkt, dass J. R. Schiner schon im Jahr 1864 80 Arten beschreibt und za. 190 Spezies nur erwähnt.

In der Tiefe des Genfersees fand A. Forel (Lit.-Verz. Nr. 7, S. 60) 3 Arten Chironomus und
1 Art Tanipus,
die von Monier als
Chironomus Sticticus und
» Chloris
bestimmt, aber nicht näher beschrieben wurden.

Im Bielersee fand sich eine grosse, glänzend hochrote Art, die ausgewachsen reichlich 2 cm mass. Die Larve trägt oft ungemein lange 1—3 gliedrige Afterschläuche in der Zahl von 6 und Anlagen zu solchen fanden sich noch am drittletzten Ringe. Auf dem Kopfe des hübschen Tieres bilden sich oft schon im Larvenzustande 2 baumförmige, silberglänzende Kiemenbüschel, was ihnen ein überaus zierliches Aussehen verleiht. Diese Spezies fanden sich jedoch ziemlich selten, während des Winters habe ich sie nie gesehen.

In der Gefangenschaft gelangten die Exemplare oft bis zur Verpuppung und gingen dann meistens ein. Zur vollständigen Entwicklung brachten es 3 Individuen.

So schön das Tier sich präsentiert, so ungern glaubt man, dass es die kommune *Ch. plumosus* sei und doch ist es so; denn die häufigen, roten Larven in Bächen und Teichen weisen genau die gleiche Zahnbildung auf. Doch werden die Individuen im See grösser, die äussern Atmungsorgane entwickeln sich stärker, während die Tracheen fehlen.

— Eine zweite farblose Spezies, *Chir. albipennis*, ebenfalls in der Tiefe, jedoch seltener vorkommend, erreicht dieselbe Grösse, ist aber etwas schlanker. Sie unterscheidet sich ausser der Farbe noch durch ihre Bezahnung, indem sie in der Mitte

zwei kleine, einfache Zähnchen aufweist, während die vorige Art einen grossen ungleich dreiteiligen Zahn im Zentrum trägt. Auch diese Form kommt im schlammigen, fliessenden Wasser sehr häufig vor, zeigt aber in Bezug auf die Tracheen die gleichen Unterschiede wie die vorige Art.

3. fand ich eine mittelgrosse Species von 10—12 mm Länge, von Farbe rot, doch meist etwas blasser und hinter dem Kopf öfters eine hellere, grünliche bis blassrote Partie.

Die Kinnplatte weist unter gleichförmigen, schwarzen Zähnchen in der Mitte 2 auffallend hellgelbe, grosse Zähne auf. Die Larve findet sich ziemlich selten, meist in der Region des feinen Schlammes. In der Tabelle figuriert sie unter der Rubrik «rosa».

Nun folgen drei kleine, glänzende, karminrote Species, die einander ausserordentlich ähnlich sind und sich nur durch ihre Grösse uud ihre Zähnchen unterscheiden.

Die mittlere Art kam letzten November plötzlich doch nur während kurzer Zeit in ungeheuren Massen vor auf der grossen Sandstrecke bei Gerolfingen, wo der See mehrere ha nur $^1/_2$—2 m tief ist. Wohl hundert und mehr dieser kleinen Individuen hatten sich hier pro Liter angesiedelt, als ein plötzliches starkes Sinken des Wassers die ganze Gesellschaft für mehrere Tage ans Trockene setzte. Die Larven sind jedenfalls von einem Mückenschwarme dort als Eier abgelegt worden. Die Tiere zeigen später das Bestreben tiefere Stellen aufzusuchen und werden oft bis zu 50 m unter der Oberfläche angetroffen. Nimmt man an, dass sie vom Ufer her eingewandert sind, so würde das von Gerolfingen her mehr als 1 km Weg betragen. — Die kleinste Art, die ich antraf bis auf zirka 20 m Tiefe, misst nur $1^1/_2$—2 mm. Das kleine Zahnplättchen (Bild Nr. 2), welches nur mühsam herauspräpariert werden kann und mit der stärkst möglichen Vergrösserung (Immersion und Okular IV) photographiert wurde, zeigt in der Mitte 2 breite, dünne Leisten, worauf 6 weitere zugespitzte Zacken folgen. Es ist also ausgeschlossen, dass diese kleinen Wesen nur etwa junge Exemplare anderer Spezies darstellen. An dieser Art tritt ferner ein zweites Paar Fortsätze auf, die sich gabelig zerteilen und an der Stelle stehen, wo andere Larven steife Borsten tragen. Ich benenne die Art vorläufig: Chironomus quadricornis (Bild Nr. 1).

Die Tanipuslarven,

die sich in der Tiefe des Bielersees fanden, unterscheiden sich sehr leicht von den Chironomus.

Ihr Körper ist nicht walzenförmig, sondern flach, der Kopf im Verhältnis zum Rumpf grösser und enthält nur 2 Augen in der Form eines Winkels

Die Oberlippe ist einfach plattenförmig. Auch trägt die Stirne keine Haken. Die Oberkiefer sind kräftig gebaut, einfach, spiessförmig oder mit nur einem Zahn versehen. Die Unterkiefer (Maxillen) jedoch haben sich zu einem komplizierten Sortierapparat umgewandelt. Cardo und Stipes sind wohl entwickelt, ebenso die Palpi maxillaris. Die beiden Lobus, externus und internus, sind zu charakteristischen Bürsten umgebildet, welche im Mund abwechselnd vor- und rückwärts geschoben werden können. Vorn bekleiden dichte, feine Borsten die beiden Spitzen; weiter innen werden sie etwas gröber und gehen schliesslich über in eigenartige, dünne, lamellenförmige Plättchen mit Nervenendigungen, welche wohl Sinnesorgane darstellen.

Fest auf dem deutlich zweiteiligen Kinn verwachsen, stehen beidseitig zwei unbewegliche Kämme mit je acht Zähnchen und hinter denselben erblicken wir die Zunge (Glossa), welche breit durchsichtig, elastisch, aber ebenfalls unbeweglich ist. Bei einer Spezies zeigt sie Tendenz lappig zu werden, Paraglossas zu bilden.

Die Unterlippe mit 2 seitlichen Spitzen, wahrscheinlich die umgewandelten palpi labiales, ist ein Gebilde für sich, das sehr beweglich in einem aus mehreren Teilen bestehenden Chitinring steckt. Das Glied ist bei unsern Spezies stets fünfzähnig und kann mit Leichtigkeit vor- und rückwärts geschoben, ja sogar vollständig nach hinten umgelegt werden. Bei einem Druck aufs Deckglas zerbricht die Unterlippe leicht in 2 symetrische Hälften. In natürlichem Zustand jedoch ist eine Naht nicht zu erkennen.

Wahrscheinlich dienen die beiden Kämme, welche sehr an diejenigen der Spinnen erinnern, bei der Verarbeitung ihrer Seidenfäden, die sie wie alle spinnenden Insekten aus dem Munde gehen lassen.

An Mannigfaltigkeit der Spezies ist der Seegrund nicht reich,

Es fanden sich 3 verschiedene Arten, wie schon angedeutet wurde.

Die fast wasserhelle Form, welche pro Kessel in oft bis zu 40 Stück erschien, trägt einen ebenfalls farblosen Kopf. Nur die Augen, die Spitzen der Mandibeln und die Unterlippe bietet mit ihrer schwarzen Färbung einen Kontrast. Die Kämme und andere feste Chitinteile im Munde erscheinen rotbraun. Die 4 Analschläuche am Ende des Körpers befinden sich an den 2 letzten Ringen, sind nur kurz und laufen in eine Spitze aus.

Die Larven, die ich im Aquarium gehalten hatte, entwickelten sich nach vielen vergeblichen Versuchen und schlüpften diesen Frühling in vielen Exemplaren aus. Es ist

Tanipus choreus.

Gleich nach dem Ausschlüpfen ist die Mücke recht korpulent, nimmt aber nach einigen Tagen die schlanke, dünne Gestalt an, wie sie Schiner (Lit. Verz. Nr. 18) beschreibt.

Die roten Tanipuslarven fanden sich nur in den tiefsten Stellen des Sees, wo sie aber stellenweise ebenso häufig auftraten wie ihre helleren Verwandten. Die rote Farbe ist jedoch nicht so leuchtend und glänzend wie diejenige der Chironomuslarven, sondern geht, namentlich wenn eine Häutung nahe bevorsteht, mehr in ein mattes Braun über. In Bezug auf Grösse, Form und Afterschläuche unterscheidet sie sich von der vorigen Art nicht, als dass sie im allgemeinen etwas stärker wird. Die Unterlippe erscheint jedoch nicht schwarz, sondern schön wachsgelb bis rötlich, und ihre äussern Zähne sind im Verhältnis länger. Auch weist die Zunge stärkere Ausbuchtungen auf, sodass sie fast gelappt erscheint. Auch diese Spezies gelangten in den ihnen zugewiesenen Wasserbehältern zur Entwicklung. Die Fliege ist frisch ausgeschlüpft rötlich, dickleibig, von stattlichem, starkem Habitus.

Bald aber wird die Haut dunkel, der Leib schlanker. Nur die Weibchen lassen an den Brustseiten, den Oberschenkeln, den weichen Stellen am Hinterleibe und an der Basis der Flügel ihr rotes Geblüt erkennen. Die Bestimmung nach Schiner ergab

Tanipus signatus.

Das auffallendste Unterscheidungsmerkmal von der vorhergehenden Art ist das, dass die Gabelung der fünften Ader hier

ungestielt ist und dort gestielt. Ferner weist Signatus am Vorderrand der Flügel einen dunkeln Wisch auf. Es kann uns nicht wundern, dass Schiner die Mücke nur ein einziges Mal gefunden hat und das Weibchen nicht kennt, wenn man ihre schwer zugängliche Herkunft in Betracht zieht und bedenkt, dass die Mücken meistens morgens mitten auf dem See ausschlüpfen und abends nach Erfüllung ihrer gesellschaftlichen Pflichten oft schon wieder ins Wasser zurücksinken. Die Eier werden ohne Zweifel auf die tiefsten Seestellen gelegt, welche von der Höhe aus an der Färbung des Wassers leicht zu erkennen sind.

Sehr selten traf ich auf eine blaesbraune Spezies mit gelbem Kopf. Ihre Grösse ist etwas geringer als die der beiden Vorhergehenden. Die Mundteile weisen keine wesentlichen Verschiedenheiten auf. Die 3 Exemplare, die ich dem Aquarium anvertraute, verschwanden bald und entzogen sich daher einer weiteren Beobachtung. Was diese Art mir besonders wertvoll machte, war der Umstand, dass die Lamellen im Munde hier sehr deutlich zu sehen waren. Es gelang mir jedoch nicht, ein diesbezügliches Präparat zu fixieren. Das bequeme Unterscheidungsmittel in der Bezahnung, wie wir es bei Chironomus gesehen hatten, lässt uns hier ganz im Stich und so war es mir denn bis jetzt auch nicht möglich unter den verschieden grossen, wasserhellen Larven bestimmte Typen herauszufinden.

Innere Anatomie.

Die inneren Organe aller dieser Chironomus- und Tanipuslarven scheinen sehr gleichartig beschaffen zu sein.

Am Darm unterscheidet man deutlich Ösophagus, Vormagen, Magen, Dünndarm und Enddarm.

Dieser ganze Kanal besteht aus 2 ineinandergeschobenen Röhren. Im Ösophagus sieht man eine äussere, oft blasig aufgetriebene Haut und eine innere feine Röhre, die sich deutlich abhebt. (Siehe „Wagner“, Litt. Verz. No. 24, S. 518.) Der äussere sackartige Teil füllt sich nicht mit festen Nahrungsmitteln, sondern nur mit Flüssigkeit. Am besten sind diese Verhältnisse zu erkennen, wenn man das lebende Tier in eine Lösung von Preussischblau oder Carmin legt. Nach dem Aufenthalt von einigen Stunden oder während einer Nacht hebt sich die Blase schön gefärbt von ihrer Unterlage ab. Oft wird dann

plötzlich der ganze Inhalt wieder ausgespieen. (Vergl. Zeitschr. f. w. Zool. XIV, S. 408.)

Der kurze und kräftige Vormagen besitzt wohl bei 20 Blinddärme.

Hierauf folgt durch einen kurzen Einschnitt getrennt der Magen und zuletzt der gerade Darm, welcher wiederum die 2 ineinanderliegenden Röhren zeigt. Oft ist das Innere so stark mit Speiseresten gefüllt, dass man vom äusseren Teil nichts sieht und wiederum bemerkt man, dass der äussere Kanal grosse Luftblasen führt oder Wasser enthält. Die Malpighi'schen Gefässe bestehen aus 4 verhältnismässig langen und dicken Schläuchen, die bei Tanipus an der Basis braun gefärbt sind und von denen 2 nach vorwärts und 2 nach rückwärts verlaufen.

Das Nervensystem

bietet nichts Besonderes. Man erkennt deutlich die Bauchganglienkette, den Schlundring, ferner eine Menge feiner Nervenendigungen in den Mundteilen, so auch z. B. in den Kämmen, wo unter jedem Zahn ein feines Ganglion sitzt und in die Spitze einen Nervenfaden aussendet.

Die Atmung

wird bei diesen Tieren der Hauptsache nach durch die Haut besorgt. Dieselbe ist sehr weich und dünn und kann daher den Austausch der Gase trefflich besorgen. Immerhin sind diese Larven für eine ausschliessliche Hautatmung ziemlich gross.

Wir haben es doch mit verhältnismässig hoch entwickelten Tieren zu tun, die einesteils in der Nahrungsaufnahme ganz Bedeutendes leisten und andernteils einer ausserordentlich intensiven Muskeltätigkeit fähig sind, die uns namentlich bei den Schwimmbewegungen in Erstaunen setzt. Eine solche energische Tätigkeit bedingt aber einen starken Sauerstoffverbrauch.

Zwar steht das belebende Gas den Tieren auf dem Seeboden in erhöhtem Masse zur Verfügung, da der Luftgehalt des Wassers wächst mit seinem Druck und dem Sinken der Temperatur. Immerhin aber würde die ausschliessliche Haut-

atmung nicht genügen, und es sind daher noch andere Respirationsorgane vorhanden.

Zur Vergrösserung der Oberfläche entwickeln sich am Körperende sogenannte Afterschläuche. Es sind dies äusserst dünnhäutige, röhrenförmige Ausstülpungen der Leibeshöhle, in denen ein lebhafter Blutstrom zirkuliert. Die Strömung kommt zustande, indem das Herz unmittelbar an der Basis dieser Schläuche beginnt und eine kräftig saugende Wirkung auf den Inhalt derselben ausübt, das Blut gleichsam herauspumpt, was ein Nachströmen von kohlensäurehaltigem Blute zur Folge hat. Jeder einzelne Schlag des Herzens ist in den Schläuchen deutlich zu erkennen. Wir können daher dieselben direkt Atmungsorgane und das Herz in diesem Falle ein arterielles nennen.

Bei ganz grossen Chironomuslarven (za. 2 cm) kommt es bisweilen noch zu einer Kiemenbildung. Reich verzweigte baumartige Röhrchen sprossen dorsal aus dem Kopfe, die wie ein silberglänzender Federbusch dem Tier neben ihrem Nutzen nicht wenig zur Zierde gereichen.

Auch die Nymphen der roten Chironomuslarven besitzen, wie schon erwähnt, solche Tracheenkiemen, wie wir diese Gebilde nennen müssen; denn sie enthalten nicht Blut, sondern Luft und stehen mit dem sich nun entwickelnden Tracheensystem in Verbindung.

Selbstverständlich übernimmt der Darm auch einen Teil der Respiration; denn derselbe ist stets mit Wasser gefüllt und zudem ist durch diese doppelte Wandung des Darmes dafür gesorgt, dass die verdaute Nahrung mit dem Atmungswasser sich nicht mischt.

Erneuert wird das Wasser durch schluckende Bewegungen, die namentlich im Ösophagus von jungen Chironomuslarven, wenn sie auf der Seite liegen, deutlich zu sehen sind. Das Abstossen des verbrauchten Wassers beobachtet man jedoch wieder besser bei Tanipuslarven in dorsoventraler Stellung. Man sieht durch das Mikroskop, dass das Tier durch den Enddarm ruckweise Wasser ausstösst und zwar in grösseren und kleineren Portionen. Der Enddarm schwillt im drittletzten Ring allmählich etwas blasig auf und entleert dann plötzlich den

Inhalt dieser Anschwellung nach aussen, was in 2 Minuten bei kleineren Larven 10 mal, bei grösseren 2—4 mal abwechselnd mit längeren Pausen geschieht.

Auf den Unterschied in der zeitlichen Anlegung des Tracheensystems zwischen Larven in seichtem und tiefem Wasser habe ich bereits hingewiesen, soweit es zur Charakteristik einiger Chironomuslarven gehört.

Diese auffallende Erscheinung ist jedoch allgemein. Schon ganz junge Individuen aus Bächen und Teichen weisen ein reich entwickeltes Tracheensystem auf, während man auch bei ausgewachsenen Tanipuslarven aus dem See keine Spur von diesen Luftgefässen wahrnimmt. Nur am Hinterleib, zwischen den beiden Haarbüscheln, münden 2 kleine vorstehende Röhrchen, die aber nur ganz wenig in den Körper eindringen, aber trotzdem die Endigungen zweier allerdings nur angedeuteten Tracheenstämme darstellen dürften.

Bei Chironomuslarven vom See finden wir bei älteren Exemplaren namentlich, wenn sie längere Zeit im Aquarium oder in einem flachen Teller gehalten wurden, die ersten Andeutungen eines Tracheensystems, und es ist interessant zu beobachten, wie sich dasselbe bildet.

An einer mittelgrossen Chironomuslarve (von den beschriebenen die dritte Art) fanden sich die Verhältnisse folgendermassen:

Zwischen dem ersten und zweiten Brustring seitlich entsteht das erste Stigma, das heisst eine Ansatzstelle an der Haut, von wo aus die erste Trachee ausgeht. Dieselbe teilt sich alsbald in 3 Äste. Der erste dringt in die Tiefe (das Innere des Körpers), der zweite dorsal und der dritte nach vorn. (Siehe Palmèn J. A. Zur Morphologie des Tracheensystems. Helsingfors 1877.) Der Ast, der in die Tiefe gewachsen ist, entwickelt sich zum Hauptstamm, biegt bald um und kommt in einem Bogen nach rückwärts wieder in die Nähe der Cuticula, um sich hier an der Oberfläche auszubreiten. Eine stärkere Abzweigung gelangt zu dem folgenden Ring, wo sich indessen auch ein kleines Tracheensystem mit 3 Ästchen gebildet hat, und verbindet sich hier mit der Abzweigung, die nach vorn wächst. So entstehen in den einzelnen Ringen segmental links

und rechts selbständige Anlagen, die sich nachträglich miteinander verbinden und 2 durch den ganzen Körper verlaufende Hauptstämme bilden, die in bogenförmigen Linien verlaufen und viele kleine Äste aussenden, welche in ihren äussersten Enden anastomosieren.

Gleichzeitig wenn im Torax die Bildung der Hauptstämme begonnen hat, fängt dieselbe auch im Hinterleibe an, wo die beiden Haarbüschel stehen. Zwischen dem zweiten und drittletzten Ringe entsteht ein Stamm, gibt seine Äste ähnlich wie vorn an die Haut und namentlich auch in die Afterschläuche, in denen sie Schleifen bilden.

Alle diese Röhren so wie auch das erste Spiesschen, das in den Körper dringt, erscheinen dem Auge vollständig schwarz. Es kommt dies daher, dass die Gefässe wohl mit Luft gefüllt sind; aber die Wände sind im Verhältnis zu dem äusserst feinen Lumen sehr dick und absorbieren die auffallenden Lichtstrahlen statt sie zu reflektieren. Wird der Inhalt nun weiter, oder die Vergrösserung stärker, so erblickt man bald den durch die feine Luftsäule entstehenden Reflex. *Tracheensysteme, die spät angelegt werden, enthalten also von Anfang an Luft.* Anders verhält es sich mit Chironomiden aus Teichen oder Bächen, welche schon in frühester Jugend, vielleicht schon im Ei Tracheen enthalten. Dieselben sind vollständig durchsichtig und daher luftleer. Oft sind sie sogar schwer zu entdecken.

Nach einiger Zeit bilden sich in denselben kleine Luftbläschen, die sich vereinigen, und bald erglänzen, die Haupt- und Nebenstämme zuerst in kleineren, dann in grösseren Stücken und schliesslich vollständig in ihrem charakteristischen Silberglanz. Die tiefer im Körper gelegenen Partien füllen sich etwas später.

Man muss sich übrigens hüten leere Tracheen als noch nicht gefüllt zu betrachten. Sie können ihren Inhalt auch vorübergehend verlieren. Die silberglänzenden sowie die schwarzen Röhren sehen alsdann vollständig durchsichtig und hell aus. Vornehmlich bei sehr zarten und jungen Tieren weicht schon bei einem leichten Druck auf das Deckglas die Luft regelmässig und sofort zurück.

Eigentümlich wird das Tracheensystem angelegt bei

Chironomus plumosus, die in schlammigen Bächen häufig anzutreffen sind. Das System bildet sich nur im 1 und 2. Ringe aus und zwar finden sich im ersten Segment 4 sternförmig gestellte Äste mit reicher Verzweigung (Bild No. 3), während im zweiten Ring das System schon viel kleiner ist. Die Vermutung liegt nahe, dass auf dem Ausgangspunkt der 4 Hauptstämme die Ansatzstelle oder das Stigma sich befinde. Aber man wird vergebens darnach suchen, denn es liegt abseits. Bei entsprechendem Druck sieht man plötzlich neben den deutlich und schwarz sich abhebenden Tracheenästen ein vorher unsichtbar gebliebenes, wasserhelles *Schläuchlein* vom Kreuzungspunkte wegführen zum Stigma. (Vergl. Palmèn S. 10.)

Es befindet sich genau seitlich in der Trennungslinie zwischen dem 1. und 2. Ring und das zweite Stigma zwischen dem 2. und 3. Ringe ebenfalls seitlich. Bild No. 4.

Der durchsichtige Anfangskanal ist im allgemeinen vollständig luftleer, zusammengeklappt und meist unsichtbar, aber bandförmig. Erblickt man ihn daher von der schmalen Seite, so erweckt er den Eindruck eines feinen Fadens. Es ist deshalb zu begreifen, dass Palmèn diese Gebilde für feine hyaline Anheftungsfäden hielt.

Die Schläuche besitzen offenbar keine Chitinspiralfaden, verbreitern sich an der Haut wieder etwas krugförmig und lassen eine kleine Öffnung bestehen, die man mit sehr starker Vergrösserung sehen kann.

Auch sind diese Gebilde niemals gestreckt, sondern gehen vom Stigma gleich in die Tiefe, biegen dann um und bewegen sich in einer mehr oder weniger schlängelnden Linie gegen den Ausgangspunkt der vier Hauptäste hin. Sie können deshalb nicht zur Befestigung dienen. Das Bild lässt aber auch erkennen, dass wir es hier mit Schläuchen zu tun haben; denn sie weisen die gleiche Schattierung auf wie die Hauptäste selber.

Auch sind sie nicht funktionslos; denn wenn die Luftröhren sehr stark mit Gas gefüllt sind, so genügt ein äusserst schwacher Druck, und es entströmt dem Stigma eine Luftblase. Die Atmung ist also eine ausschliesslich expiratorische. Das Tracheensystem saugt endosmotisch die kohlensäurehaltige Luft auf und wenn der Gasdruck stark genug ist, entweicht dieselbe durch das Stigma, welches wie ein Sicherheitsventil funktioniert.

Der Versuch ist sehr schwierig auszuführen; denn der Apparat ist dafür eingerichtet, einem äusseren Druck zu widerstehen, einem inneren Gasdruck jedoch nachzugeben. Sind die Tracheen daher nicht stark genug gefüllt, so entweicht keine Luft. Starkes Pressen drängt dieselbe rückwärts. Die Röhren entleeren sich zwar auch, aber ohne dass Blasen sichtbar werden, sondern das Gas wird wieder auf dem Wege woher es gekommen ist durch die Wände der feinen Kapillaren in das Blut gepresst, oder es entsteht irgendwo ein Riss in dem Röhrensystem, und die Luft entweicht in den Körper.

Die vier Hauptstämme, in die der Schlauch sich teilt, gabeln sich bald wieder und verteilen sich meist im Fettkörper oder an der Haut in feine Kapillaren. Die zwei Verbindungsröhren (Bild 3) sind charakteristisch und kommen immer vor. Ebenso kommunizieren über den Rücken ähnliche feine Kanäle. Zu dem Kopf hin dringen seitlich einige schlanke Endzweige und verbreiten sich namentlich in der Gegend der Augen und der Mundteile.

Wenn also Palmèn Seite 56 glaubt, das Tracheensystem von Corethra plumicornis (Meig.) könne als Typus für die im Wasser lebenden Dipterenlarven gelten, wäre dies ein Irrtum, denn schon in der einen Gattung Chironomus finden sich, wie wir gesehen haben, verschiedene Prinzipien in der Ausbildung.

Bei Tanipuslarven aus dem seichten Wasser finden wir den ganzen Körper gleichmässig von feinen Tracheen durchzogen, während die gleiche Gattung aus der Tiefe des Sees keine Tracheen aufweist. Allerdings ist die erste Anlage stets dieselbe. Das System entspringt segmental an der Haut, treibt einen kurzen Ast in die Tiefe und verzweigt sich bald in drei oder vier Hauptäste.

Aus den Verhältnissen von Chironomus plumosus aber müssen wir schliessen: Es gibt überhaupt kein geschlossenes Tracheensystem in dem Sinne, dass diese Atmungsorgane vollständig von der Aussenwelt abgeschlossen wären. Zu was sollte ein solches eigentlich auch nützen; es könnte höchstens als Schwimmblase dienen. In diesem Falle aber brauchte es nicht so reichlich verzweigt zu sein, wie wir es meistens antreffen.

Wenn aber das Tracheensystem wirklich zur Atmung dient,

was seine Anlage auch rechtfertigt, so muss auch eine Vorrichtung vorhanden sein, die gestattet, die schädlichen Gase zu entfernen, und diese ist wenigstens bei Chir. plumosus vorhanden in den Stigmen.

Immerhin findet sich dieses Tracheensystem bei den Chironomiden der Tiefseen, wenn es überhaupt vorkommt, stets nur in den Anfängen und bei Tanipus erst im Puppenstadium.

Warum die Larven in der Tiefe des Sees keine Tracheen bilden, ist leicht einzusehen. Diese Chitinröhren würden sich von selbst mit kohlensäurehaltiger Luft füllen, da das Chitin dieselbe aus dem Körper absorbiert. Die Luft aber stünde unter einem 7 Atmosphären betragenden Druck und beim Aufstieg der Tiere würde sich die Luft bis auf das siebenfache ausdehnen wollen (die höhere Temperatur an der Oberfläche nicht gerechnet) und würde ohne Zweifel viele der feinen Luftgefässe zerreissen und das Tier töten.

Es werden daher die Tracheen in der letzten Phase des Larven- oder Puppenlebens angelegt und sobald sich dieselben zu füllen beginnen in der Puppe, ist die Mücke zum Ausschlüpfen bereit, wird spezifisch leichter und steigt nun mit geringer Mühe den langen Weg von 60—80 m senkrecht empor, schlägt mit dem Kopf über die Wasserfläche, so dass die luftgefüllten, baumartigen Kiemen oder rundlichen Kolben sich auf der Oberfläche ausbreiten und die Puppe sich bequem daran aufhängen kann.

Ein kleiner Teil des Rückens ragt ebenfalls über den Wasserspiegel, trocknet sofort und reisst in charakteristischer Weise der Orthoraphen] auf. Das fertige Insekt entsteigt der Hülle und fliegt weg. Bei warmem, sonnigem Wetter dauert der ganze Vorgang nicht länger als eine Minute. Bei feuchtem Wetter verunglücken die Mücken jedoch leicht und fallen ins Wasser, da alle ihre Bewegungen langsamer und schwerfälliger sind. Viele kommen an die Oberfläche, schlüpfen aber nicht aus. Es scheint ihnen an der nötigen Kraft zu fehlen, diese letzte Anstrengung im nassen Elemente zu überwinden. Es ist bemerkenswert, dass Chironomiden aus Bächen und Teichen ohne alle Mühe auch im Zimmer ausschlüpfen, während diese Tiefseelarven fast regelmässig umkommen oder die Puppen gar

nicht brechen wollten und im letzten Stadium zu Grunde gingen, wenn nicht die Sonne während des wichtigen Vorgangs auf das Wasser schien und ihnen beim Sprengen der Hüllen behilflich war.

Trotz der späten Entwicklung des Tracheensystems enthalten die Larven doch auch Luft im Körper; denn wirft man sie in eine stark wasserabsorbierende Flüssigkeit wie Alkohol, Xylol oder Glycerin, welche diese weichen Tiere stark zusammenziehen, gleichsam auspressen, so bildet sich sogleich eine glänzende Luftschicht um den Körper, und oft tritt aus dem Munde oder einem der hintern Afterfüsse eine Luftblase.

Es ist dies ein Vorgang, den auch Devitz (Zoologischer Anzeiger) Bd. XIII, S. 500) bei einigen wasserbewohnenden Insektenlarven beschrieben hat. Offenbar haben wir es hier aber mit der Luft zu tun, die in kleinen Partikelchen im Wasser enthalten ist, das diese Tiere in gewissen Hohlräumen, wie z. B. im Darm oder in den Seitenwülsten mitführen.

Bei grossen Chironomuslarven kommt es oft vor, dass sie gleich nach dem Aufziehen aus dem Seeboden eine grosse Luftblase im Körper enthalten, die dann nach mehreren Stunden wieder verschwindet. Diese Luftblasen entstehen infolge des verminderten Druckes beim Steigen.

Eine eigentümliche Erscheinung sind die grünen Körperchen einzelner weisser Tanipuslarven. Dieselben treten oft einzeln auf, oft aber sieht man sie häufig in kleinen Klumpen. Man beobachtet alsdann kleine hellbläulich grüne Kügelchen im Fettkörper zu beiden Seiten des Herzens, an dessen Wand sie sich vollständig anschmiegen. Von den betreffenden Fettkörperchen gehen feine Kanälchen ab, die sich bald vereinigen und an denjenigen Stellen endigen, wo zwei Körperringe zusammenstossen. Man wäre sehr geneigt, diese Kanälchen als Tracheen anzusehen und möglicherweise sind es auch ähnliche Gebilde. Doch tragen sie einen ganz anderen Charakter als man es bei Tracheen gewohnt ist zu sehen. Die ausserordentlich feine Verzweigung ist nicht vorhanden, sondern die Kanälchen sind fast durchwegs gleich dick, teilen sich dichotom, bis sie bei den einzelnen Fettkörperballen anlangen, wo sie plötzlich aufhören. Luft habe ich in diesen Kanälchen keine entdecken können.

Diese ganze Erscheinung habe ich jedoch nur ein einziges

mal recht deutlich gesehen. Es ist mir deshalb nicht möglich, schon ein fertiges Urteil darüber zu bilden.

Die grünen Körperchen jedoch sieht man öfters, und es ist wahrscheinlich, dass dieselben symbiotisch lebende Algen (Cyanophyceen) sind, wie sie ja in vielen niederen Tieren häufig vorkommen. In diesem Falle freilich würde durch die Assimilation der Algen dem Blute wieder wesentlich Sauerstoff zugeführt werden, während vielleicht die ausgeschiedene Kohlensäure durch das Röhrensystem ihren Ausweg fände.

Besonders reichlich entwickelten sich diese Algen, wenn die Larve längere Zeit in einer flachen Schale vor dem Fenster gehalten wurde, während bei Tieren, die lange im Dunkeln stunden, die grüne Farbe schwand. Im Winter fanden sie sich reichlicher als im Sommer.

Es lohnt sich wohl, noch kurz einiges mitzuteilen über das Leben dieser Tiere in der Freiheit und in der Gefangenschaft.

Wie sich das Treiben in der Tiefe des Sees gestaltet, ist allerdings schwer zu sagen, doch werden sie wohl ihre Lebensweise nicht wesentlich von den Chironomiden in niedern Gewässern abändern. Nur das ist bemerkenswert, dass weder die Chironomus noch die Tanipus auf dem Seegrunde Röhren bauen; denn niemals habe ich solche gesehen im Schlamm liegen oder welche ausgesiebt. Die Tiere werden diese Arbeit als vollständig überflüssig erachten, da sie sich in der herrschenden Dunkelheit sicher fühlen. Im übrigen leben sie auf dem Schlamm, graben sich gerne leicht ein und bewegen sich kriechend nach Art der Spannerraupen langsam vorwärts. Die Schwimmbewegung wird folgendermassen ausgeführt:

Beide Arten schnellen ruckweise den Kopf nach der Seite, so dass er dahin zu liegen kommt, wo vorher das Körperende war welches nun peitschenartig herumgeschwungen wird und zugleich etwas vorgreift. So gehts tacktmässig nach links und rechts zirka 110—120 mal p. M. bei grossen Individuen. Kleine Tierchen führen diese Schläge so rasch aus, dass unser Auge die einzelnen Bewegungen nicht zu unterscheiden vermag.

Der Erfolg steht jedoch in gar keinem Verhältnis zu diesen Kraftleistungen; denn die Tiere kommen nur langsam vorwärts. Es scheint fast, als ob diese energischen, purzelnden

Schwimmbewegungen weniger der Ortsveränderung dienen, sondern den Zweck haben, kleine, sie aufstöbernde Feinde zu erschrecken, da sie meistens nur eine kurze Strecke senkrecht emporwirbeln und sich dann wieder sinken lassen. Wird die Bewegung langsamer und matter, so geht sie nach und nach in ein einfaches Schlängeln über, gleich den Würmern.

Die Tanipuslarven verfügen überdies noch über eine zweite Schwimmmethode.

Sie schlagen nach Art der Flusskrebse mit den zwei letzten Leibesringen rasch und öfters nach unten, wobei ihnen die flossenartig ausgespannten hintern Afterfüsse gute Dienste leisten. Es gelingt ihnen auf diese Weise recht rasch rückwärts zu schwimmen.

Diese Bewegung scheint sie aber bald zu ermüden, da sie nur auf kurze Strecken angewendet wird, während erstere Art recht anhaltend praktiziert werden kann.

Sommer und Winter gehen unsere Mückenlarven da unten stets munter ihrer Nahrung nach. Sie sind aber auch nicht so von äussern Einflüssen abhängig wie z. B. die Culicidenlarven, welche nur die Oberflächen des Wassers abweiden. Auch in Teichen und Bächen, überall da, wo das Wasser nicht gefriert, tummeln sich jahraus jahrein auf Pflanzen, im Schlamm und auf Steinen eine Unzahl Chironomidenlarven, meist geschützt in selbstgebauten Röhren herum. Sie bilden deshalb für unsere auch im Winter stets hungrigen Forellenarten ein sehr beliebtes Futter auf stets gedecktem Tisch.

Um die Imago zu erhalten, versuchte ich diese Seebewohner aufzuziehen und gelangte nach vielen vergeblichen Versuchen zu folgenden Beobachtungen. — Alle diese Larven sind ausserordentlich sauerstoffbedürftig. Selbst die Zimmerluft genügt sie in 2 Tagen zu töten. Um dem Wasser den nötigen Gehalt an Sauerstoff zu geben, kann auf drei Arten verfahren werden:

1. Man versieht den Behälter mit reichlichem beständigem Wasserzufluss.
2. Es genügt ein ganz flaches Gefäss, nicht tiefer als ½ bis 1 cm der frischen Luft ausgesetzt.
3. Das beste ist, man versorge das Aquarium reichlich mit

wachsenden Wasserpflanzen und setze das ganze dem Licht aus. Jede dieser drei Methoden hat ihre Vorteile und Nachteile.

Im ersten Falle werden die Larven leicht fortgeschwemmt und das Wasser verarmt vollständig an Nahrung, doch lässt sich die Temperatur leicht konstant erhalten.

Das flache Gefäss erlaubt einen leichten Überblick, gestattet die Tiere ohne Mühe zu fangen, trocknet aber im Sommer leicht aus und im Winter ist die Gefahr des Gefrierens nahe.

Im dritten mit Pflanzen besetzten Gefässe werden sehr leicht fremde Gäste namentlich Chironomiden mit eingeführt. Das Verfahren verlangt grösste Vorsicht; denn man kann keinen Pflanzenstengel aus einem Teiche ziehen, an dem nicht mehrere winzig kleine Chironomuslarven stecken, gut verborgen in den festgeklebten grünlichen Röhrchen. Nur wochenlanges, sorgfältiges Auslesen führt hier zum Ziele, wenn man nicht eigens in Zimmern kultivierte Pflanzen zur Verfügung hat. Dafür aber bietet dann ein solches Gefäss auch die beste Garantie für eine schöne Entwickluug der Tiere.

Die Wasserbehälter sollten wenigstens 2 Stunden Sonnenschein haben pro Tag.

Als Schlupfwinkel eignen sich am besten kleine Flocken von dem ausgesiebten Spinngewebe, das sie sich im See selbst verfertigen. Im Schlamm entziehen sie sich jeder Beobachtung. Auch ist es nicht notwendig, die Pflanzen in die Erde zu setzen, sondern es genügt, dieselben im Wasser frei herumschwimmen zu lassen, wozu sich besonders Elodea canadensis und Potamogeton densus eignet.

Grössere Chironomuslarven schritten in den Konservengläsern, in denen ich sie hielt, hin und wieder zum Bau einer Röhre, die gewöhnlich an der untern Kante des Glases festgeklebt wurde, meistens aber bauten sie nichts.

In Bezug auf Temperatur sind die Larven nicht empfindlich. Sie leben so fröhlich unter dem Eis wie bei einer Wärme von 20° C, wenn nur das Wasser reich ist an Sauerstoff.

Am besten entwickelten sich dieselben in einem Treibhaus des hiesigen botanischen Gartens, wo mir der Herr Direktor in

freundlichster Weise einen Platz zur Verfügung stellte. Wird die Luft etwas knapp im Behälter, so führen diese Insekten mit dem Oberkörper pendelnde Schwingungen aus, oder, wenn sie frei daliegen, eine wellenförnige Bewegung, wie wenn sie sich vorwärts bewegen wollten, bleiben aber dabei an der gleichen Stelle und bewirken so einen beständigen Wasserstrom. Weiterer Luftmangel erzeugt dann eine Lähmung und schliesslich den Tod.

Ein eigentümliches Verhalten zeigten die weissen und roten Tanipuslarven in Bezug auf die Atmungsluft.

Stellt man in einem Glase, das nur Wasser enthält, von beiden Arten in ein Zimmer, so sterben regelmässig zuerst die weissen Individuen. Das gleiche ists bei den Chironomus, wo sich auch die roten in dieser Beziehung als nicht so empfindlich erwiesen.

Man kann hier wohl die Frage aufwerfen, ob nicht eigene Chromatophoren durch Assimilation die roten Larven resistenter machen?

Das umgekehrte Verhältnis aber entstund, wenn sich die Tiere in einer flachen Schale vor dem Fenster unter faulenden Stoffen, z. B. toten Würmern sich befanden. Hier starben die roten Arten meist gleichen Tags oder wurden so gelähmt, dass nur noch unter dem Mikroskop eine schwache Herztätigkeit zu erkennen war.

Ganz anders die weissen Spezies. Diese krochen mitten unter die toten Würmer, waren sehr beweglich, lebten wochenlang und wurden sichtlich fetter, doch durfte der Wasserstand nicht höher als $^1/_2$—1 cm betragen. Es ist somit dargetan, dass gefärbte Tiere in Bezug auf Sauerstoff nicht so empfindlich sind, aber namentlich Fäulnisgase nicht vertragen.

Die farblosen Arten jedoch verlangen viel Sauerstoff, daneben aber haben direkt giftige Gase auf sie keinen Einfluss. In allen Aquarien und Gläsern wurden zu den verschiedenen Dipterenlarven auch Würmer (Limnicolae) eingesetzt, die oder deren Junge dann als Futter dienten.

Ich gedenke damit meine Arbeit vorläufig zu schliessen, indem ich allen denjenigen bestens danke, die mich darin förderten.

J. H. Graf.

Notizen
zur
Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaft in der Schweiz.

Nr. 65. Fortsetzung der Briefe Micheli du Crests.

de neige dans son sommet, faciliteroit à mon avis le chemin que l'on pourroit faire en tournant autour pour gagner le sommet, et l'on pourroit encore dela tirer bien des eloignemens pour rectifier les cartes de Geographie.

Voila Monsieur ce que j'ai cru devoir ajouter a mes deux precedentes pour l'entiere explication de ce dont il s'agit. J'ai l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur,

Votre tres humble et tres obeissant serviteur,

Micheli du Crest.

A Monsieur Baviere, à Basle,

Au chateau d'Arbourg, le 13 mars 1754.

Monsieur,

Puisque les *acta helvetica* sont a vendre à Bale, je garderai l'exemplaire que j'ai, et je vous prie de le remplacer par un autre relié pour votre ami et de vous en faire rembourser par Mr. Lonvis aussy bien que de la connoissance des tems qui est le veritable livre que je desirois et que vous m'avez envoié et non l'etat du Ciel que je ne connois pas, quoiquil puisse peut etre renfermer diverses choses curieuses, mais je ne crois pas en avoir besoin, et je vous remercie pour le present de l'offre de communication.

Je desirois avoir la connoissance des tems de cette année par trois ou 4 raisons.

1° pour voir sur la liste des Academiciens ceux qui sont morts ou vivans de ma connoissance.

2° le degré de chaud de l'année 1753, mais il n'y a que celui de 1752.

3° Si lon avoit continué de mettre l'article de la temperature des caves de l'Observatoire moienne comme on l'avoit mis par malice et contre quoi j'avois ecrit vivement à Paris et fait faire des experiences dans lesd^es caves pour le combattre, or on l'a supprimé sans doute en consequence de ces experiences dont je prevoiois bien le succez, et dont je ne suis pas informé.

4° pour voir si Mr. de Maupertuis se trouvoit retranché sur la listede l'Academie comme il l'est déja dans la precedente que j'ai de 1748 et il l'est pareillement dans celle de 1753 contenüe au livre que vous m'avez envoié, c'est pourquoi Monsieur je vous prie de vous informer sans faire semblant de rien de la cause qui me surprend fort.

Car dans cette liste on y voit quantité de membres de l'academie royale des sciences de Berlin qui sont membres de celle de Paris, et de membres de celle de Paris qui le sont de celle de Berlin, on y voit de plus que Mr. Folkes quoique President de la société royale de Londres, est membre de l'academie royale des sciences de Paris, Le Baron Wolf, Mr. Morgagni le Marquis Poleny, Mr. Bernoully, le Baron de Vansvietten, Mr. Hales, par quelle raison donc Mr. de Maupertuis qui en etoit membre avant que de l'etre de celle de Berlin se trouve t'il exclus de celle de Paris 1ere question et 2e question il est encore President de celle de Berlin.

Jai encore vu sur cette connoissance des tems de 1754 que l'académie royale des sciences de Paris soutient toujours comme moi la parfaite sphéricité du globe de la Terre, de sorte que son applatissement n'existe qu'en peinture et en fiction.

Je me flatte d'etre dans peu de tems en etat de former pour ces climats cy une table systematique ou hypothetique, mais fondée sur des experiences exactement faites de l'abaissement du Mercure dans le Barometre, car j'en ai deja quelques unes sur lesquelles on peut surement compter en Eté pour semblable cas, or c'est seulement en eté qu'on va se promener sur les montagnes dans ces climats ci, et je feroi d'ailleurs voir clairement que la regle de Mr. Cassini est tres fort erronée, et qu'il se rencontrera dans le commencement de la table en montant une difference mais pas a beaucoup près si considerable que l'on pourroit le croire avec la table de Mr. Bouguer.

Mais pour bien combiner ces sortes de calculs, il faut avoir egard, entr'autre a celui du calibre du barometre et voila pourquoi j'ai fort desiré que Mr. Huber en fit l'epreuve ainsi que je l'aurois pu faire facilement moi meme si jeusse eté a Berne, puisque j'ai des tuiaux pour cet effet de tout calibre dans trois caisses de verre que j'y ai encore. d'ailleurs j'en ai vu a Berne un qui a au moins 3 lignes ½ de diametre interieure et qui a passé par mes mains pour le rajuster.

Je serois aussy bien curieux de savoir si Mr. Bouguer n'a rien fait imprimer, concernant ses operations du Perou, car je crois que c'est lui que les Mathematiciens Espagnols ont eu en vüe lorsquils ont dit a la fin de la pag. 109 des obs. *On trouvera que pour faire ces experiences il a fallu s'elever a 1780 toises au dessus du niveau de Caraburu qui a deja determiné a 1155 toises au dessus de la superficie de la mer ce qui pris ensemble donne une quantité de 2935 toises ou un peu plus d'une lieue marine, de sorte qu'il ne paroit pas croiable qu'ame vivante ait jamais eté elevé a une plus grande hauteur.*

Car en combinant ces paroles avec celles qui se trouvent a la fin de la pag. 209. *On a deja vu dans le livre 5 ou il a eté parlé des experiences du Barometre que la hauteur de Caraburu sur la superficie de la mer trouvée par la regle de la dilatation de l'air est de 1155 toises et que par la progression arithmetique elle fut determinée de 1283 ce qui ne s'ecarte pas beaucoup de la mesure geometrique faite par Mr. Bouguer qui trouva cette hauteur de 1214 toises.* Il sensuit qu'ils rejettoient l'experience geometrique de Mr. Bouguer de 1214 par la negative quil eut pu monter plus haut que 1780 toises audessus des 1155 supposées pour Caraburu car en supposant Caraburu elevé de 1214 toises audessus de la mer et d'elevation de 1780 toises audessus necessaire pour pouvoir faire l'operation geo-

metrique et qui consistoit a pouvoir decouvrir Guaiaquil ou la puna au bord de la mer par dessus les montagnes des cordillieres qui supposoient a la decouverte et en meme tems decouvrir Caraburu afin de pouvoir prendre un angle de depression sur Guaiaquil et Caraburu dans le meme tems il auroit fallu s'elever suivant le calcul espagnol audessus de la mer 2994 toises si la mesure de 1214 toises de Mr. Bouguer etoit veritable. or dans la dissertation de Mr. Bernoully il n'est point dit que Mr. Bouguer ait monté jusquela, il n'est pas dit que non, non plus et la table de Mr. Bouguer va jusqu'a 2988 toises audessus de la mer, d'ailleurs quoique je juge beaucoup de difficulté de monter jusques à 3000 toises je ne le crois pas impossible en y montant lentement et en revenant de même pour un homme qui aura des tres bons poulmons. Cette affaire me paroissant donc le point le plus curieux de l'operation du Perou, il importe tres fort de voir ce que Mr. Bouguer le principal Acteur peut en dire car outre la difficulté de monter jusques la il y a encore la difficulté de faire les operations geometriques sans baraque et au milieu de la neige qui vous raffraichit de par trop et inquiete necessairement en semblable cas, vous m'obligerez donc fort Mr. de vous informer sil y a quelque imprimé sur cette affaire pour son intelligence et c'est un article important qui manque dans la relation des Espagnols; ils ont eu soin d'en avenir Tom 1er pag. 210 ou il est fait mention des deux operations faites par Mr. Bouguer sur l'arenat du Chimborazzo auquelles ils ne purent pas assister excepté l'un deux a la 1^{ere} mais non a la derniere. or c'est sans doute la derniere qui a cause le sujet de la contestation.

Jay l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur,

Votre tres humble et tres obeissant serviteur,

Micheli du Crest.

A Monsieur Huber fils a Bâle.

Au chateau d'Arbourg, le 20^{e} mars 1754.

Monsieur,

Vous pouvez aisément vous ressouvenir que c'est vous le 1er qui mavoit mis en train de vous entretenir sur le barometre, sur sa pratique et sur les experiences qui en avoit eté faites, ainsy je ne vois pas pourquoi cette matiere me tiendroit plus à cœur qu'à vous, car quoique jaie projetté un ouvrage sur la figure de la terre, je ne suis pas le seul qui ait dû reflechir en semblable cas sur l'usage quon pourroit faire du barometre puisque cest en effet le plus commode, le plus scur instrument et celui qui fournit le point incomparablem^{t}. plus grand quancun autre, quon puisse a cet egard employer.

Quand donc cet instrument (negligé par les Observateurs precedens) m'auroit donné lieu de soutenir *une opinion contraire à celle de tous les autres*, ce qui vous plait a dire, Monsieur, et qui n'est pas d'accord avec le sentiment actuel de l'Academie Royale des sciences de Paris comme je vous lai prouvé cidevant et que vous pouvez encore voir confirmé dans la connoissance des tems de cette année pag. 193, il ny auroit en ce cas dans mon procedé rien que de naturel; parceque, comme dit tres bien Moyse, *il ne faut point suivre la multitude pour mal faire, ny le sentiment du plus grand nombre ou des plus puissans contre la verité* et surtout aiant lavantage de linstrument qui nous procure 500 fois plus de clarté et de sureté que celui des pendules pour en bien juger. Je vous avois marqué mille fois sans calculé la chose et en cela je metois trompé,

cela ne va qu'a 500, car on dit que la variation du pendule depuis l'equateur au pol va à 2 lignes sur l'elevation du pretendu demi diametre de l'equateur plus grand que l'autre d'environ 12 a 15 mille toises, or le barometre sur 30 toises d'hauteur fournit 2 lignes de variation et l'autre 2 lignes sur 15 mille toises. Ainsi cet instrument est une espece de microscope qui fournit un grand avantage à l'Observateur et l'autoriseroit, si la chose etoit necessaire, à combattre l'opinion erronée de la multitude et lui fourniroit meme un grand avantage.

Au reste, Monsieur je suis fort de votre sentiment, qu'il est juste de soumettre a un examen rigoureux les opinions nouvelles, mais je ne vois pas pourquoi l'on dispenseroit les anciennes d'un pareil degré de rigueur, car l'experience nous fait assez voir que nous ou d'autres sommes ou sont a cet egard dans l'erreur la plus part du tems; cela se demontre aisément par le calcul qu'on peut faire de toutes les diverses religions du monde. or l'opinion de l'aplatissement de la Terre est des plus nouvelles.

Je conviens avec vous, Monsieur que le barometre n'est que le moien dont je pretends me servir pour determiner la figure de la Terre, mais je croirois cependant que cette figure sphérique on non avoit fait le sujet jusqu'ici de la difference de nos sentimens.

Sur l'article suivant je vous dirai que je me suis servi du mot de sophisme pour dire par la que le raisonnement etoit hors du sujet et n'aboutissoit qu'a faire perdre de vue l'etat de la question.

Il est bien certain qu'a mesure qu'on descend plus bas il y a toujours plus d'air et par conseq. plus de pression ou de pesanteur sur le barometre. Je conviens de cela avec vous, Monsieur, mais cela n'empeche qu'a mesure qu'on approche du centre de la Terre la cause de la gravitation n'augmente en vertu ou en force c'est que la gravitation s'execute par attraction ou par impulsion et qu'a mesure qu'on s'ecarte ou que l'on s'eloigne du centre de la Terre, cette cause ne diminue en force et en vertu, Monsieur Newton convient de cela. *Graritas* (dit-il) *recedendo à terra diminuitur.*

Ainsy Monsieur d'abord que vous êtes convenu avec moi du commencement que l'atmosphere de l'air etoit egale en hauteur et en pesanteur soit sous l'Equateur soit au Cercle polaire vous ne pouviez plus delors soutenir la these de l'Ellipticité parceque vous m'accordiez ainsy la preuve de la parfaite sphericité, car telle est la propriété de la pesanteur que son degré prouve la distance au centre de la Terre, et que ce degré etant partout egal la distance etoit donc la meme au centre de la Terre et consequemment la parfaite sphericité du globe que je soutenois.

D'un autre coté si le Globe eut eté elliptique et de 12 a 15 mille toises plus relevé sous l'Equateur la pesanteur de l'air y auroit eté moindre qu'elle n'est de cette valeur parcequ'elle y auroit ete d'autant plus eloignée du centre de la Terre et Mr. Newton l'a bien crû ainsy et de plus la forme de l'ellipse superieure de l'atmosphere de l'air, n'auroit point eté parallele a la pretendue ellipse inferieure de la Terre, mais excessivement plus pointu à parité de volume, ou pour mieux m'expliquer, a pareille quantité de matiere d'air vers les pols ou sous l'Equateur, parce que d'un coté la gravité etoit au bas diminuée de vertu par l'eloignement de 12 a 15 mille toises du centre de plus et que de l'autre coté la force axifuge se rencontroit considerablement augmentée.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht pro 1903/04	III	
Rechnung pro 1903	XXI	
Mitgliederverzeichnis	XVI	
Balmer, *H.*, Dr. phil.		
Die Reproduktion im Dienste der Wissenschaft	XIII	
Böhme, *R.*, cand. phil.		
Ueber den Luftatmungsapparat eines sumatranischen Wesens	VI	
Brückner, *E.*, Prof. Dr.		
Gletschererosion und Seebildung	IX	
Struktur der Gletscher	IX	
Fischer, *E.*, Prof. Dr.		
Über den Wirtwechsel bei den parasitischen Pilzen	V	
Verbreitung und Wanderungen von Pilzen in der Schweiz	XII	
Fischer, *L.*, Prof. Dr.		
Dritter Nachtrag zum Verzeichnis der Gefässpflanzen des Berner Oberlandes mit Berücksichtigung der Standortsverhältnisse, der horizontalen und vertikalen Verbreitung		152
Friedheim, *C.*, Prof. Dr. und *O. Allemann*, Dr. phil.		
Über Permanganmolybdate		23
Gasser, *A.*, Dr. phil., Gymnasiallehrer.		
Über die Nullstellen der Bessel'schen Funktionen (mit 2 Tafeln)		92
Graf, *J. H.*, Prof. Dr.		
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz		196
Beiträge zur Biographie des Mathematikers Jakob Steiner von Utzenstorf	XII	
Gruner, *P.*, Prof. Dr.		
Dämmerungserscheinungen im Jahre 1903		7
Guillebeau, Prof. Dr.		
Bakterienflora der gesunden Milch	IX	
Heffter, *A.*, Prof. Dr.		
Reduktionserscheinungen im Tierkörper	IX	

	Seite der Sitzungs-Berichte	Seite der Abhandlungen
Hofmann, Walter, †Pfarrer in Albligen.		
Beobachtungen über Moränen im Bereich der Kaiseregg und des Brecca-Schlundes in den Freiburger Alpen		136
Juillerat, Edmond, Lehrer am Technikum Biel.		
Note sur le séquanien		55
König, E., Dr. phil., Dozent.		
Experimentalvortrag über elektro-akustische u. optische Resonnanzapparate, Frequenzmesser, Ferntouren-melder etc.	XIII	
de Kowalsky, Prof. Dr.		
Über die Salpeterfrage	IX	
Krämer, H., Prof. Dr.		
Eine kynologische Streitfrage	XIII	
Kronecker, H., Prof. Dr.		
Das Institut Marey zu Paris und sein Begründer .	X	
Schneider, Jakob, Dr. phil.		
Untersuchungen über die Tiefsee-Fauna des Bielersees mit besonderer Berücksichtigung der Biologie der Dipterenlarven der Grund-Fauna (mit Tafeln) .		165
Sidler, G., Prof. Dr.		
Zu den logarithmischen Reihen		144
Studer, Th., Prof. Dr.		
Die Verbreitung des Rhinozeros im Diluvium der Schweiz	X	
Thomann, Dr. phil., Apotheker.		
Chemie und Bakteriologie im Dienste der Trinkwasser-hygiene	XIV	
Tièche, M., cand. med.		
Beitrag zur Kenntnis der fossilen gestielten Cirripedien in der Umgebung Berns (mit Tabelle) . . .		1
Volz, W., Dr. phil. und Dozent.		
Tiergeographisches und Biologisches aus Sumatra .	VI	
Wilmer, Franz, Dr. phil.		
Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Addagletschers (mit Karte und Tafeln)		56

3 2044 106 306 301

Date Due

5Apr50